

*8 класс.*

*Первый день.*

1. 10 бегунов стартуют одновременно: пятеро в синих майках с одного конца беговой дорожки, пятеро в красных майках — с другого. Их скорости постоянны и различны, причём скорость каждого бегуна больше 9 км/ч, но меньше 12 км/ч. Добежав до конца дорожки, каждый бегун сразу бежит назад, а, вернувшись к месту своего старта, заканчивает бег. Тренер ставит в блокноте галочку каждый раз, когда встречаются (лицом к лицу или один догоняет другого) двое бегунов в разноцветных майках (больше двух бегунов в одной точке за время бега не встречались). Сколько галочек поставит тренер к моменту, когда закончит бег самый быстрый из бегунов?
2. Приведите пример шести различных натуральных чисел таких, что произведение любых двух из них не делится на сумму всех чисел, а произведение любых трех из них — делится.
3. На боковых сторонах  $AB$  и  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  соответственно так, что  $PQ \parallel BC$ . На биссектрисах треугольников  $ABC$  и  $APQ$ , исходящих из вершин  $B$  и  $Q$ , выбраны точки  $X$  и  $Y$  соответственно так, что  $XY \parallel BC$ . Докажите, что  $PX = CY$ .
4. Между городами страны организованы двусторонние беспосадочные авиарейсы таким образом, что от каждого города до каждого другого можно добраться (возможно, с пересадками). Более того, для каждого города  $A$  существует город  $B$  такой, что любой из остальных городов соединён напрямую с  $A$  или с  $B$ . Докажите, что от любого города можно добраться до любого другого не более, чем с двумя пересадками.

*8 класс.*

*Первый день.*

1. 10 бегунов стартуют одновременно: пятеро в синих майках с одного конца беговой дорожки, пятеро в красных майках — с другого. Их скорости постоянны и различны, причём скорость каждого бегуна больше 9 км/ч, но меньше 12 км/ч. Добежав до конца дорожки, каждый бегун сразу бежит назад, а, вернувшись к месту своего старта, заканчивает бег. Тренер ставит в блокноте галочку каждый раз, когда встречаются (лицом к лицу или один догоняет другого) двое бегунов в разноцветных майках (больше двух бегунов в одной точке за время бега не встречались). Сколько галочек поставит тренер к моменту, когда закончит бег самый быстрый из бегунов?
2. Приведите пример шести различных натуральных чисел таких, что произведение любых двух из них не делится на сумму всех чисел, а произведение любых трех из них — делится.
3. На боковых сторонах  $AB$  и  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  соответственно так, что  $PQ \parallel BC$ . На биссектрисах треугольников  $ABC$  и  $APQ$ , исходящих из вершин  $B$  и  $Q$ , выбраны точки  $X$  и  $Y$  соответственно так, что  $XY \parallel BC$ . Докажите, что  $PX = CY$ .
4. Между городами страны организованы двусторонние беспосадочные авиарейсы таким образом, что от каждого города до каждого другого можно добраться (возможно, с пересадками). Более того, для каждого города  $A$  существует город  $B$  такой, что любой из остальных городов соединён напрямую с  $A$  или с  $B$ . Докажите, что от любого города можно добраться до любого другого не более, чем с двумя пересадками.