

Първи тур на дистанционния етап на V олимпиада на Леонард Ойлер

Задачи 1 – 3 и 5 от този тур са били предложени на олимпиадата на ЮМШ г. Санкт-Петербург през 2012 г. В този тур не могат да участват участниците в тази олимпиада.

1. На всеки свой рожден ден Дядо Фьодор получава подарък от неговите родители – парична сума, равна на произведението от възрастта (годините) на бащата и възрастта (годините) на майката. Може ли да се получи така, че в 2010 и 2011 години получените от него суми да завършват на една и съща цифра, а сумата, получена в 2012 г. да се дели на 10?

2. Маша се упражнява, преобоядисвайки полетата на шахматна дъска (т.е., сменяйки техния цвят). С едно „преобоядисване” тя може да смени цвета на всяка клетка в произволен правоъгълник, съдържащ „ъгъл” от дъската. Може ли с такива „преобоядисвания”, Маша да оцвети цялата дъска в един цвят?

3. В триъгълника ABC $AB = BC$. Върху лъчите CA , AB и BC са отбелязани съответно точките D , E и F така, че $AD = AC$, $BE = BA$, $CF = CB$.

Намерете сумата на ъглите ADB , BEC и CFA .

4. Положителните числа x и y са такива, че $x^2 > x+y$, а $x^4 > x^3+y$.

Докажете, че $x^3 > x^2+y$.

5. 40 деца са наредени в кръг. Едно дете ще наричаме „голямо”, ако то е по-високо от двете, стоящи след него по посока на движението на часовниковата стрелка деца, и „малко”, ако то е по-ниско от двете, стоящи пред него по посока на часовниковата стрелка деца. (Едно дете може да бъде и „малко”, и „голямо” едновременно.) Известно е, че „големите” деца са не по-малко от 30.

Докажете, че „малките” деца са не по-малко от 20.

Преди да отправите работата си, прочетете отново правилата за нейното оформяне и изпращане, и действайте в строго съответствие с тях! Работи, изпълнени или изпратени в нарушение на правилата, не се разглеждат.

ОБЪРНЕТЕ ВНИМАНИЕ: работи, изпълнени в текстов редактор Word for Windows се разрешава да бъдат изпратени само във формат Word for Windows 1997-2003 (расширение .doc)! Файлове, съхранени във формати на по-късни версии на Word (с расширение .docx) не се разглеждат! В Word for Windows 2007 и Word for Windows 2010 има възможност файловете да се запазят във формат Word for Windows 1997-2003, което и трябва да се направи.