

## Леонард Эйлерийн нэрэмжит ҮШ олимпиадын зайны давааны нэгдүгээр шат

2014.12.07

Бодох хугацаа: 3 цаг

1. Сурагч хүртвэр, хуваарьт нь 1–ээс ялгаатай натурал тоонууд бичиж, үл хураагдах 3 бутархай тоо зохиожээ. Түүний зохиосон бутархайнуудын нийлбэр нь бүхэл тоо байдаг, мөн урвуу бутархайнуудын нийлбэр нь бас бүхэл тоо гардаг бол тэр ямар бутархай тоонууд зохиосон бэ? (Нэг хариу олоход хангалттай.)
2. Цэцгээ сонгосон аль ч 2 тооны ялгавар нь 4–д хуваагддаг 6 ширхэг тоог  $1, 2, \dots, 24, 25$  тоонуудаас сонгож авав. Түүний сонгосон тоонууд дотор хамгийн олондоо хэдэн ширхэг анхны тоо байх вэ?
3.  $ABC$  гурвалжны  $BM$  медианыг татжээ.  $\angle ABM = 40^\circ$  ба  $\angle CBM = 70^\circ$  бол  $AB:BM$  харьцааг ол.
4. Хоорондоо ялгаатай сөрөг биш  $a, b, c$  тоонуудын хувьд  $a^2 + b^2 = c^2 + ab$  байв.  $c^2 + ab < ac + bc$  тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.
5. Хүснэгтийн ямар ч 2 мөр, 2 баганы огтлолцолд үүсэх дөрвөн нүд нь бүгд ижил өнгөтэй биш байхаар  $n \times n$  хэмжээтэй хүснэгтийн нүднүүдийг хар, цагаан 2 өнгөөр будаж болдог байв. Хамгийн их ямар  $n$  тооны хувьд ингэж будаж болох вэ?

## Леонард Эйлерийн нэрэмжит ҮШ олимпиадын зайны давааны нэгдүгээр шат

2014.12.07

Бодох хугацаа: 3 цаг

1. Сурагч хүртвэр, хуваарьт нь 1–ээс ялгаатай натурал тоонууд бичиж, үл хураагдах 3 бутархай тоо зохиожээ. Түүний зохиосон бутархайнуудын нийлбэр нь бүхэл тоо байдаг, мөн урвуу бутархайнуудын нийлбэр нь бас бүхэл тоо гардаг бол тэр ямар бутархай тоонууд зохиосон бэ? (Нэг хариу олоход хангалттай.)
2. Цэцгээ сонгосон аль ч 2 тооны ялгавар нь 4–д хуваагддаг 6 ширхэг тоог  $1, 2, \dots, 24, 25$  тоонуудаас сонгож авав. Түүний сонгосон тоонууд дотор хамгийн олондоо хэдэн ширхэг анхны тоо байх вэ?
3.  $ABC$  гурвалжны  $BM$  медианыг татжээ.  $\angle ABM = 40^\circ$  ба  $\angle CBM = 70^\circ$  бол  $AB:BM$  харьцааг ол.
4. Хоорондоо ялгаатай сөрөг биш  $a, b, c$  тоонуудын хувьд  $a^2 + b^2 = c^2 + ab$  байв.  $c^2 + ab < ac + bc$  тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.
5. Хүснэгтийн ямар ч 2 мөр, 2 баганы огтлолцолд үүсэх дөрвөн нүд нь бүгд ижил өнгөтэй биш байхаар  $n \times n$  хэмжээтэй хүснэгтийн нүднүүдийг хар, цагаан 2 өнгөөр будаж болдог байв. Хамгийн их ямар  $n$  тооны хувьд ингэж будаж болох вэ?