**Първи тур на дистанциония етап**

**на XIII олимпиада «Леонард Ойлер»**

**1.** Около кръгла маса седят 99 души, всеки от които е рицар (винаги казва истината) или лъжец (винаги лъже). Всеки от тях казал: «Поне един от съседите ми е лъжец.» Може ли рицарите да са точно 60?

**2.** Намерете всички двойки естествени числа (*a*; *b*), за които

НОД(*a*; *b*) + НОК(*a*; *b*) = *ab****/***2.

**3.** На дъска 8×8 са начертани 17 непресичащи се правоъгълника от по две полета всеки. Докажете, че има две полета с обща страна, принадлежащи на два различни правоъгълника.

**4.** Положителните числа *a*, *b*, *c*, *d* са такива, че (*a*+*b*+2*c*)2 > *d*, (*b*+*c*+2*d*)2 > *a*, (*c*+*d*+2*a*)2 > *b*, (*d*+*a*+2*b*)2 > *c*. Докажете, че *a*+*b*+*c*+*d* > 1*/*4.

**5.** В триъгълник *ABC* (*C* = 90°) на катета *BC* са отбелязани точки *K* и *L*, за които *CAK* = *KAL* = *LAB*. На хипотенузата *AB* е отбелязана точка *M*, за която *ML* = *KL*. Докажете, че перпендикулярът от точката *C* към правата *AK* **не** разполовява отсечката *ML*.

Учениците, които предават решенията си на kortezov@gmail.com, трябва да изпишат решенията си в doc(x)-файл с разумен обем; ако има чертежи, те трябва да в самия файл като рисунка или снимка с ниска разделителна способност, но все пак да са достатъчно ясни. Начало на състезанието: 15.11.2020, 9:00. Краен срок за получаване на решенията: 15.11.2020, 15:00.