

Леонард Эйлер атындагы XIII олимпиадасы.

Дистанционный этаптын биринчи туру.

1. Тегерек столдун айланасында 99 адам отурат. Ар бири акыйкатты айткан күжүрмөн же жалган айткан алдамчы. Ар бири төмөнкү сөздөрдү айтты: «Эки тарабымдагы отурган кошуналарымдын жок дегенде бири жалганчы.» Булардын арасында так 60 күжүрмөн болушу мүмкүнбү?
2. Эгерде $\text{НОД}(a, b) + \text{НОК}(a, b) = ab/2$ болсо, анда бардык натуралдык a жана b сандарды тапкыла.
3. 8×8 шахмат тактасынын клеточкаларында жаткан 17 тик бурчтук тартылган, ал тик бурчтуктар 2 клеткадан турат жана бири биринин үстүндө жатпайт. Бир тик бурчтукта жаткан клетка менен башка тик бурчтуктун ичиндеги клетканын жалпы тарабы бар эки тик бурчтуктун табылаарын далилдегиле.
4. Эгерде оң a, b, c, d сандар үчүн $(a+b+2c)^2 > d$, $(b+c+2d)^2 > a$, $(c+d+2a)^2 > b$, $(d+a+2b)^2 > c$ теңсиздиктер туура болсо анда $a+b+c+d > 1/4$ теңсиздиги туура болгонуну далилдегиле.
5. ABC үч бурчтук берилди ($\angle C = 90^\circ$). BC катетинде $\angle CAK = \angle KAL = \angle LAB$ туура боло турган K жана L чекиттери белгиленди. AB гипотенузада $ML = KL$ туура боло турган M чекити белгиленди. C чекитинен өткөн жана AK сызыгына перпендикулярдуу болгон сызык ML кесиндини экиге бөлбөгөнүн далилдегиле.