

**Третий тур дистанционного этапа  
VII олимпиады имени Леонарда Эйлера**

**Этот тур составлен на основе олимпиады им. Кукина (г. Омск). Школьники из Омской области и участники олимпиады им. Кукина из других регионов участвовать в нём не могут.**

**1.** Улитка ползет вокруг циферблата часов против часовой стрелки с постоянной скоростью. Она стартовала в 12.00 с отметки 12 часов, и закончила полный круг ровно в 14.00. Какое время показывали часы, когда улитка в ходе своего движения встречалась с минутной стрелкой?

**2.** В каждую клетку таблицы  $2 \times 2$  вписано по одному числу. Все числа различны, сумма чисел в первой строке равна сумме чисел во второй строке, а произведение чисел в первом столбце равно произведению чисел во втором столбце. Найдите сумму всех четырёх чисел.

**3.** Биссектрисы углов  $A$  и  $C$  разрезают неравнобедренный треугольник  $ABC$  на четырёхугольник и три треугольника, причём среди этих трёх треугольников есть два равнобедренных. Найдите углы треугольника  $ABC$ .

**4.** Все делители натурального числа  $N$ , кроме  $N$  и единицы, выписали в ряд по убыванию:  $d_1 > d_2 > \dots > d_k$ . Оказалось, что в каждой паре делителей, одинаково удалённых от концов этого ряда, больший делитель делится на меньший (то есть  $d_1$  делится на  $d_k$ ,  $d_2$  — на  $d_{k-1}$  и т.д.). Докажите, что в любой паре делителей числа  $N$  больший делитель делится на меньший.

**5.** Двое играют в такую игру. За один ход можно положить в одну из клеток квадратной доски  $1001 \times 1001$  один камешек (первоначально доска пуста; в одной клетке может лежать любое число камешков). Ходят по очереди. Как только в каком-то ряду (вертикали или горизонтали) оказывается более 5 камешков, сделавший последний ход признается проигравшим. Кто из игроков сможет выиграть независимо от действий соперника: тот, кто делает первый ход или тот, кто ходит вторым?

**Внимание! Работы надо отправлять по адресу [tur3euler@gmail.com](mailto:tur3euler@gmail.com). Старый адрес [tur3@matol.ru](mailto:tur3@matol.ru) недействителен!**

**Перед отправкой работы перечитайте правила её оформления и пересылки и действуйте в строгом соответствии с ними! В частности, не забывайте указывать на первой странице работы свои данные (регистрационный номер, фамилию, имя, город/село, школу, класс) и правильно заполнять поле «Тема» письма с работой. Работы, выполненные или высланные с нарушением правил, не принимаются; в двух предыдущих турах было отклонено больше 100 работ.**