

Трети тур на дистанционния етап на VII олимпиада на Леонард Ойлер

Този тур е съставен на основата на олимпиадата на Кукин (гр. Омск). Учениците от Омска област и участниците в олимпиадата на Кукин от другите региони не могат да участват в него.

1. Охлюв пълзи около циферблата на часовник в посока, противоположна на движението на часовата стрелка с постоянна скорост. Той тръгнал в 12.00 часа от делението на 12-ия час и завършил пълната си обиколка точно в 14.00. Какъв час е показвал часовникът, когато при движението си охлювът е срещал минутната стрелка?
2. Във всяка клетка на таблица 2×2 е написано по едно число. Всички числа са различни, сумата на числата в първия ред е равна на сумата на числата във втория ред, а произведението на числата в първия стълб е равно на произведението на числата във втория стълб. Намерете сумата на всичките четири числа.
3. Ъглополовящите на ъглите A и C разделят неравнобедрения триъгълник ABC на четириъгълник и три триъгълника, като сред тези три триъгълника има два равнобедрени. Намерете ъглите на триъгълника ABC .
4. Всички делители на естественото число N , без N и единицата, са написани в низходящ ред: $d_1 > d_2 > \dots > d_k$. Оказало се, че във всяка двойка делители, еднакво отдалечени от краищата на тази редица, по-големият делител се дели на по-малкия (т.е., d_1 се дели на d_k , d_2 – се дели на d_{k-1} и т.н.). Докажете, че във всяка двойка делители на числото N по-големият делител се дели на по-малкия.
5. Двама играят следната игра: на всеки ход съответният играч слага по едно камъче в една от клетките на квадратна дъска 1001×1001 (първоначално дъската е празна; в една клетка може да има произволно количество камъчета). Двамата играчи се редуват. В момента, в който в някоя линия (вертикал или хоризонтал) се окажат повече от 5 камъчета, направеният последния ход се обявява за загубил играта. Кой от двамата играчи може да спечели независимо от това как играе другият – този, който прави първия ход или този, който прави втория ход?

Преди да изпратите работата си, прочетете отново правилата, по които тя трябва да бъде оформена и изпратена, и действайте в строго съответствие с тях! В частност, **не забравяйте да посочите на първа страница на работата си своите данни (регистрационен номер, фамилия, име, град/село, училище, клас) и правилно да запълните полето „Тема“ в писмото с работата.**

Работи, изпълнени или изпратени с нарушение на правилата, не се приемат; в предните два тура бяха отхвърлени повече от 100 работи.

Внимание!

Работите трябва да се изпращат на адрес tur3euler@gmail.com.

Старият адрес tur3@matol.ru е недействителен!