

VII Oilerio olimpiados pirmojo etapo 3 turas

1. Sraigė šliaužia aplink laikrodžio ciferblatą prieš laikrodžio rodyklę pastoviu greičiu. Ji startavo 12.00 val. nuo 12 valandos atžymos ir pabaigė pilną ratą lygiai 14.00. Kiek laiko rodė laikrodis, kuomet sraigė šliauždama susitikdavo su minutine rodykle?
2. Į kiekvieną lentelės 2×2 langelį įrašyta po vieną skaičių. Visi skaičiai yra skirtingi, skaičių, esančių pirmoje eilutėje suma lygi skaičių, esančių antroje eilutėje sumai, o skaičių, esančių pirmame stulpelyje sandauga lygi skaičių, esančių antrame stulpelyje sandaugai. Raskite visų keturių skaičių sumą.
3. Kampų A ir C pusiaukampinės padalija nelygiašonį trikampį ABC į keturkampį ir tris trikampius, be to tarp tų trijų trikampių yra du lygiašoniai. Apskaičiuokite trikampio ABC kampus.
4. Visus natūraliojo skaičiaus N daliklius, išskyrus N ir vienetą, surašė eile mažėjimo tvarka: $d_1 > d_2 > \dots > d_k$. Pasirodė, kad kiekvienoje daliklių poroje, vienodai nutolusių nuo šios eilės galų, didesnysis daliklis dalijasi iš mažesniojo (tai yra d_1 dalijasi iš d_k , d_2 — iš d_{k-1} ir t.t.). Įrodykite, kad bet kurioje skaičiaus N daliklių poroje didesnysis daliklis dalijasi iš mažesniojo.
5. Dviese žaidžia tokį žaidimą. Vienu ėjimu galima į kvadratinės lentos 1001×1001 vieną iš langelių padėti akmenėlį (pradžioje lenta tuščia; viename langelyje gali būti bet koks akmenėlių skaičius). Eina paeiliui. Kai tik kažkurioje eilutėje (vertikalioje arba horizontalioje) atsiranda daugiau negu 5 akmenukai, padaręs paskutinį ėjimą žaidėjas pripažįstamas pralaimėjusiu. Kuris iš žaidėjų galės laimėti nepriklausomai nuo varžovo veiksmų: tas, kuris daro pirmąjį ėjimą ar tas, kuris eina antrasis?