

Леонард Эйлерийн нэрэмжит ҮШ олимпиадын зайны давааны гуравдугаар шат

2014.12.21

Бодох хугацаа: 3 цаг

1. Эмгэн хумс цагийн нүүрэн дээр тогтмол хурдтай мөлхөж байв. Тэр цагийн 12 гэсэн заалтаас яг 12:00 цагт цагийн зүүний эсрэг чиглэлд мөлхөж эхэлсэн бөгөөд эмгэн хумс цагийн нүүрийг бүтэн тойрч дуусахад 14:00 цаг болж байв. Ингэж бүтэн тойрохдоо эмгэн хумс минутын зүүтэй тааралдахад цаг хэдэн цагуудыг зааж байсан бэ?

2. 2×2 хэмжээтэй хүснэгтийн нүднүүдэд нэг, нэг ялгаатай тоо бичжээ. Хүснэгтийн эхний мөрийн тоонуудын нийлбэр 2-р мөрийн тоонуудын нийлбэртэй тэнцүү бөгөөд эхний баганы тоонуудын үржвэр 2-р баганы тоонуудын үржвэртэй тэнцүү бол хүснэгтэд бичигдсэн 4 тооны нийлбэр хэд вэ?

3. Элдэв талт (адил хажуут биш) ABC гурвалжны A, C өнцгийн биссектриссүүд уг гурвалжныг нэг дөрвөн өнцөгт, 3 ширхэг гурвалжин болгон хуваав. Энэ 3 гурвалжны 2 нь адил хажуут байсан бол ABC гурвалжны өнцгүүдийг ол.

4. Натурал N тооны 1 ба N -ээс ялгаатай бүх хуваагчийг буурах эрэмбээр $d_1 > d_2 > \dots > d_k$ гэж жагсааж бичив. Энэ жагсаалтын эхнээс, эцсээс тоолоход ижил дугаартай байдаг 2 хуваагчийн бага нь ихийгээ хуваадаг байжээ. (Өөрөөр хэлбэл, d_k нь d_1 -г хуваана, d_{k-1} нь d_2 -г хуваана, гэхмэтчилэн.) N тооны аль ч хоёр хуваагчийн бага нь ихийгээ хуваана гэж батал.

5. 2 тоглогч дараахь тоглоомыг тоглов. Тоглогчид 1001×1001 хэмжээтэй хөлгийн аль нэг нүдэнд ээлжлэн 1 чулуу байрлуулна. (Анх хөлгийн нүднүүд хоосон байх бөгөөд нэг нүдэнд хэдэн ч чулуу байрлуулж болно.) Хөлгийн аль нэг мөр эсвэл баганад 5-аас олон чулуу байрлахад, хамгийн сүүлд үйлдэл хийсэн тэр тоглогч хожигдоно. Зөв тоглолтод аль тоглогч хожих вэ?

Леонард Эйлерийн нэрэмжит ҮШ олимпиадын зайны давааны гуравдугаар шат

2014.12.21

Бодох хугацаа: 3 цаг

1. Эмгэн хумс цагийн нүүрэн дээр тогтмол хурдтай мөлхөж байв. Тэр цагийн 12 гэсэн заалтаас яг 12:00 цагт цагийн зүүний эсрэг чиглэлд мөлхөж эхэлсэн бөгөөд эмгэн хумс цагийн нүүрийг бүтэн тойрч дуусахад 14:00 цаг болж байв. Ингэж бүтэн тойрохдоо эмгэн хумс минутын зүүтэй тааралдахад цаг хэдэн цагуудыг зааж байсан бэ?

2. 2×2 хэмжээтэй хүснэгтийн нүднүүдэд нэг, нэг ялгаатай тоо бичжээ. Хүснэгтийн эхний мөрийн тоонуудын нийлбэр 2-р мөрийн тоонуудын нийлбэртэй тэнцүү бөгөөд эхний баганы тоонуудын үржвэр 2-р баганы тоонуудын үржвэртэй тэнцүү бол хүснэгтэд бичигдсэн 4 тооны нийлбэр хэд вэ?

3. Элдэв талт (адил хажуут биш) ABC гурвалжны A, C өнцгийн биссектриссүүд уг гурвалжныг нэг дөрвөн өнцөгт, 3 ширхэг гурвалжин болгон хуваав. Энэ 3 гурвалжны 2 нь адил хажуут байсан бол ABC гурвалжны өнцгүүдийг ол.

4. Натурал N тооны 1 ба N -ээс ялгаатай бүх хуваагчийг буурах эрэмбээр $d_1 > d_2 > \dots > d_k$ гэж жагсааж бичив. Энэ жагсаалтын эхнээс, эцсээс тоолоход ижил дугаартай байдаг 2 хуваагчийн бага нь ихийгээ хуваадаг байжээ. (Өөрөөр хэлбэл, d_k нь d_1 -г хуваана, d_{k-1} нь d_2 -г хуваана, гэхмэтчилэн.) N тооны аль ч хоёр хуваагчийн бага нь ихийгээ хуваана гэж батал.

5. 2 тоглогч дараахь тоглоомыг тоглов. Тоглогчид 1001×1001 хэмжээтэй хөлгийн аль нэг нүдэнд ээлжлэн 1 чулуу байрлуулна. (Анх хөлгийн нүднүүд хоосон байх бөгөөд нэг нүдэнд хэдэн ч чулуу байрлуулж болно.) Хөлгийн аль нэг мөр эсвэл баганад 5-аас олон чулуу байрлахад, хамгийн сүүлд үйлдэл хийсэн тэр тоглогч хожигдоно. Зөв тоглолтод аль тоглогч хожих вэ?