Трети тур на дистанционния етап
на IX Олимпиада на Леонард Ойлер

1. Учителката нарисувала на дъската правоъгълник *ABCD*. Първо ученикът Петя разделил този правоъгълник на два правоъгълника с права, успоредна на страната *AB*. Оказало се, че лицата на тези части се отнасят както 1:2, а периметрите им както 3:5 (в същия ред). След това ученикът Вася разделил първоначалния правоъгълник на две части с права, успоредна на страната *BC*. Лицата на новите части също се отнасят както 1:2. Как се отнасят периметрите им?

2. В триъгълника *ABC* на страната *BC* е взета точка *K*. Отсечките *KM* и *KP* са ъглополовящи в триъгълниците *AKB* и *AKC* съответно. Оказало се, че диагоналът *MK* разделя четириъгълника *BMPK* на два еднакви триъгълника. Докажете, че точка *M* е среда на *AB*.

3. Решете ребуса УХА = НОК(УХ, УА, ХА). В този ребус У, Х и А са три различни цифри. Освен това двуцифрените и трицифрените числа не могат да започват с нула. Да припомним също, че НОК на няколко естествени числа е най-малкото естествено число, което се дели на всяко от тях.

4. Двадесет и осем миньона с тегла 2, 3, 4 и 5 кг – по 7 миньона от всеки вид (всяко тегло), пресекли реката с гребна лодка, издържаща 10 кг. Известно е, че всеки миньон гребе не повече от два пъти. Докажете, че е трябвало да гребат не по-малко от 12 миньона.

Важно: при всяко пресичане на реката точно един от миньоните в нея гребе. Също така без гребец лодката не може да се движи.

5. Петя отбелязва в равнината четири точки така, че да не могат всичките да се зачертнат с две успоредни прави. От правите, минаващи през двойките точки, Вася избира две, измерва ъгъла между тях и плаща на Петя сумата, равна на градусната мярка на ъгъла. Каква най-голяма сума може да си гарантира Петя?