

**Леонард Эйлер атындағы VI олимпиаданың
дистанционды кезеңінің төртінші туры**

Осы турдың есептері Омск қаласындағы Кукин атындағы олимпиаданың есептерінен құралған. Бұл турға Омск облысының оқушылары қатыса алмайды.

1. Қарақшылар сандыққа алтын және күміс сеуіп, оны бетіне дейін толтырған, және алтын құмды күміс құмға қарағанда екі есе көп сепкен. Али-Баба, егер күміс құмның жартысын төгіп, оның орнына сандықты алтын құммен толтырса, онда сандықтың бағасы 20 процентке артатынын есептеп шыққан. Егер сандықтағы алтын құмның жартысын төгіп, оның орнына сандықты күміс құммен толтырса, онда сандықтың қалай және қанша процентке өзгереді?
2. $ABCD$ төртбұрышының AB , BC , CD және DA қабырғаларынан сәйкесінше K , L , M , N нүктелері алынған. $AK = AN$, $BK = BL$, $CL = CM$, $DM = DN$ және $KLMN$ — тіктөртбұрыш екені белгілі болса, $ABCD$ — ромб екенін дәлелдеңдер.
3. Өткелге Соня ханшайымы мен 7 батыр келді. Батырлар бір қатарға тізіліп шықты. Кез келген көрші тұрған екі батыр бір-біріне — дос, көрші емес тұрған батырлар бір-біріне дос емес, ал ханшайымның тек ортада тұрған батырмен ғана достаспайтыны белгілі. Жағада бір қайық бар. Сол қайықта бір-біріне дос екі адам, немесе қос қостан достасатын үш адам жүзе алады (қайықта жалғыз жүзуге болмайды). Өткелге келген адамдар өткелден өте алады ма?
4. Петя мен Вася 20×20 тақтасында ойнайды. Әр жүрісте ойыншы 4 қабырғасының ешқайсысы боялмаған 1×1 шаршы таңдап алып, оның қабырғаларын кез келген ретте қызыл және көк түске бояйды (мысалға, ол шаршының барлық қабырғаларын тек бір түске бояй алады). Сонымен қатар, әр жүрістен кейін бір түсті кесіндінің ұзындығы 1-ден ұзын болмауы керек. Кім келесі жүрісті жүре алмайды, сол ойыншы ұтылады. Дұрыс ойында кім жеңеді: бірінші ойыншы ма, әлде қарсыласы ма, және ұту үшін ол қалай ойнау керек?
5. Кез келген көрші екі санның 1-ден үлкен ортақ бөлгіші болатындай және сол бөлгішке қалған сандардың ешқайсысы бөлінбейтіндей, бір қатарға ең көп дегенде қанша екітаңбалы сан жазып шығуға болады?

Жұмысты жіберер алдында оны толтыру және жіберу ережелерін қайта оқып шығып, сол ережелер бойынша ғана шарт қолданындар! Ережемен сәйкес емес жасалған немесе жіберілген жұмыстар қабылданбайды.