

Бірінші күн

1. Бір ауылда әрқашан да шындықты айтатын серілер мен әрқашан өтірік айтатын өтірікшілер тұрады. Саяхатшы ауылдың әр тұрғынына екі сұрақтан қойды: «Ауылда қанша сері бар?» және «Серілер саны мен өтірікшілер санының айырмасы қанша?». Ауылда кемінде бір серінің бар екенін саяхатшы біледі. Ол тұрғындардан алған жауаптар бойынша кімнің сері, ал кімнің өтірікші екенін дәл анықтай алады ма?
2. Эйлерии елінде 101 қала бар. Кез келген екі қала 99 авиакомпанияның қандай да бір біреуінің екі бағытты тұра рейсімен қосылған. Әр қаладан барлық 99 авиакомпанияның рейстері шығатыны белгілі. Егер үш қаланың кез келген екеуі қос-қостан бірдей авиакомпания рейсімен қосылса, онда оларды *үшбұрыш* деп атайық. Эйлерии елінде үшбұрыш саны 1-ден көп емес екенін дәлелдеңіздер.
3. Теңқабырғалы ABC үшбұрышы берілген. AB қабырғасының A -дан ары қарай созындысынан D , BC қабырғасының C -дан ары қарай созындысынан E , ал AC қабырғасының C -дан ары қарай созындысынан F нүктелері $CF = AD$ және $AC + EF = DE$ болатындай алынған. BDE бұрышын табыңыз.
4. Натурал k саны мен $2n$ -таңбалы натурал a саны берілген. a және ka сандарын жеке ленталарға жазып, әр лентаны соңынан бастап екі таңбалы сандарға қиды (00, 01, ..., 09 сандары да екі таңбалы болып саналады; егер ka санының цифрлар саны тақ болса, онда оның алдына 0 цифрын жазады). a санынан алған барлық екі таңбалы сандар қатаң түрде оңнан солға қарай кемиді (a -ның кіші разрядынан үлкен разрядына қарай), ал ka саны үшін ол қатар қатаң түрде өседі. $k \geq n$ екенін дәлелдеңіз.

Екінші күн

5. 1000×2016 тіктөртбұрышын 1×2015 тіктөртбұрыштарына және үш шаршыдан құралған бұрыштарға, осы фигуралардың екі түрі де кездесетіндей бөлуге болады ма?
6. Мектепте 30 үйірме бар, және әр үйірмеге 40 бала қатысады. Әр $i = 1, 2, \dots, 30$ үшін n_i арқылы дәл i үйірмеге қатысатын балалар санын белгілейік. Жаңа үйірмелер үшін n_i сандары сол қалпы қалатындай, осы мектепте әр үйірмеге 30 бала қатысатындай жаңадан 40 үйірме ұйымдастыруға болатынын дәлелдеңіз.
7. Теріс емес a, b, c және d сандарының қосындысы 4-ке тең. $(ab + cd)(ac + bd)(ad + bc) \leq 8$ теңсіздігін дәлелдеңіздер.
8. $ABCD$ параллелограмы берілген. AB және BC қабырғаларынан және CD қабырғасының D -дан ары қарай созындысынан сәйкесінше K, L және M нүктелері $\triangle KLM = \triangle BCA$ (міндетті түрде осындай сәйкес төбелермен) болатындай алынған. KM кесіндісі AD кесіндісін N нүктесінде қисын. $LN \parallel AB$ екенін дәлелдеңіз.