

## Леонард Эйлерийн нэрэмжит ҮI олимпиадын зайны давааны гуравдугаар шат

2013.12.15

Бодох хугацаа: 3 цаг

1. Коля, Вася, Петя гурав дэлгүүрт очжээ. Хүүхэд бүрт бүхэл тоон рубль байсан бөгөөд тэдэнд нийт 2200 рубль байжээ. Вася Колягаас 18 дахин их мөнгөтэй байсан бол Петя дэлгүүрээс 15 рублийн үнэтэй зайрмаг худалдан авч чадахыг батал.

2.  $\angle ABC = 120^\circ$  өнцөгтэй  $ABC$  гурвалжны  $AC$  тал дээр  $D, E$  цэгүүдийг  $AD = AB$  ба  $CE = CB$  байхаар сонгон авчээ.  $D$  цэгээс  $BE$  шулуун руу  $DF$  перпендикуляр буулгажээ.  $BD/DF$  харьцааг ол.

3. Салааны 30 цэргийг эгнээ бүрт 5 цэрэг байхаар 6 эгнээ болгон жагсаасан байв. Цэргүүдийн зарим нь ямагт үнэн ярьдаг үнэнч, харин үлдсэн нь ямагт худал ярьдаг худалч байсан бөгөөд хэн үнэн, хэн худал ярьдгийг тэд бүгд мэддэг байв. Сурвалжлагч цэрэг бүрээс "Ядаж 3 худалч цэрэгтэй эгнээ дор хаяж 4 бий" гэсэн өгүүлбэр үнэн, худал эсэхийг асуужээ. Энэ асуултад хамгийн олондоо хэдэн цэрэг "үнэн" гэж хариулах вэ?

4. Тогтмол хурдтай галт тэргээр Маша, Миша хоёр Киров хот руу явж байв. Замын турш Маша үргэлж цонхоор харж хот хүртэл ямар зам үлдсэнийг тооцоолж байлаа. Миша Машагаас 12:00 цагт "Хот хүрэхэд ямар зам үлдсэн бэ?" гэж асуухад Маша "73 км" гэж хариулав. 12:15 цагт, 12:45 цагт мөн ингэж асуухад Маша "62 км" ба "37 км" гэж хариулав. Тэгэхдээ Маша хот хүртэлх зай бүхэл биш км байвал уг зайд хамгийн ойрхон бүхэл тоог хариулж хэлэв (хэрэв тийм бүхэл тоо 2 ширхэг байвал аль нэгийг нь хэлнэ). Галт тэрэгний хурдыг ол. (Бүх боломжит хариуг олж, өөр хариу байхгүй гэдгийг батал.)

5. 2 тоглогч дараахь тоглоомыг тоглож байв. Тэдэнд анх 1-ээс их натурал  $m, n$  талтай  $m \times n$  хэмжээтэй тэгш өнцөгт цаас байжээ. Тоглогчид ээлжлэн цаасыг хайчаар аль нэг нь 1 талбайтай 2 тэгш өнцөгт болгон хуваах бөгөөд дараа нь хайчилсан тэр 1 талбайтай цаасаа хаяна. Үйлдэл хийгээд үлдсэн цаас нь  $1 \times 1$  хэмжээтэй квадрат эсвэл нэг тал нь 1-ээс бага урттай тэгш өнцөгт байвал тэр тоглогч хожигдоно. Зөв тоглолтод аль тоглогч хэрхэн тоглож хожих вэ?

## Леонард Эйлерийн нэрэмжит ҮI олимпиадын зайны давааны гуравдугаар шат

2013.12.15

Бодох хугацаа: 3 цаг

1. Коля, Вася, Петя гурав дэлгүүрт очжээ. Хүүхэд бүрт бүхэл тоон рубль байсан бөгөөд тэдэнд нийт 2200 рубль байжээ. Вася Колягаас 18 дахин их мөнгөтэй байсан бол Петя дэлгүүрээс 15 рублийн үнэтэй зайрмаг худалдан авч чадахыг батал.

2.  $\angle ABC = 120^\circ$  өнцөгтэй  $ABC$  гурвалжны  $AC$  тал дээр  $D, E$  цэгүүдийг  $AD = AB$  ба  $CE = CB$  байхаар сонгон авчээ.  $D$  цэгээс  $BE$  шулуун руу  $DF$  перпендикуляр буулгажээ.  $BD/DF$  харьцааг ол.

3. Салааны 30 цэргийг эгнээ бүрт 5 цэрэг байхаар 6 эгнээ болгон жагсаасан байв. Цэргүүдийн зарим нь ямагт үнэн ярьдаг үнэнч, харин үлдсэн нь ямагт худал ярьдаг худалч байсан бөгөөд хэн үнэн, хэн худал ярьдгийг тэд бүгд мэддэг байв. Сурвалжлагч цэрэг бүрээс "Ядаж 3 худалч цэрэгтэй эгнээ дор хаяж 4 бий" гэсэн өгүүлбэр үнэн, худал эсэхийг асуужээ. Энэ асуултад хамгийн олондоо хэдэн цэрэг "үнэн" гэж хариулах вэ?

4. Тогтмол хурдтай галт тэргээр Маша, Миша хоёр Киров хот руу явж байв. Замын турш Маша үргэлж цонхоор харж хот хүртэл ямар зам үлдсэнийг тооцоолж байлаа. Миша Машагаас 12:00 цагт "Хот хүрэхэд ямар зам үлдсэн бэ?" гэж асуухад Маша "73 км" гэж хариулав. 12:15 цагт, 12:45 цагт мөн ингэж асуухад Маша "62 км" ба "37 км" гэж хариулав. Тэгэхдээ Маша хот хүртэлх зай бүхэл биш км байвал уг зайд хамгийн ойрхон бүхэл тоог хариулж хэлэв (хэрэв тийм бүхэл тоо 2 ширхэг байвал аль нэгийг нь хэлнэ). Галт тэрэгний хурдыг ол. (Бүх боломжит хариуг олж, өөр хариу байхгүй гэдгийг батал.)

5. 2 тоглогч дараахь тоглоомыг тоглож байв. Тэдэнд анх 1-ээс их натурал  $m, n$  талтай  $m \times n$  хэмжээтэй тэгш өнцөгт цаас байжээ. Тоглогчид ээлжлэн цаасыг хайчаар аль нэг нь 1 талбайтай 2 тэгш өнцөгт болгон хуваах бөгөөд дараа нь хайчилсан тэр 1 талбайтай цаасаа хаяна. Үйлдэл хийгээд үлдсэн цаас нь  $1 \times 1$  хэмжээтэй квадрат эсвэл нэг тал нь 1-ээс бага урттай тэгш өнцөгт байвал тэр тоглогч хожигдоно. Зөв тоглолтод аль тоглогч хэрхэн тоглож хожих вэ?