

Первый день.

1. Назовем натуральное число k -хорошим, если оно представимо в виде суммы k последовательных натуральных чисел. Учитель попросил Васю придумать число n , и обещал поставить по пятерке за каждое k , большее 1 и меньше 7, при котором n окажется k -хорошим. Какое наибольшее число пятерок мог получить Вася?

2. В классе учится больше 6, но меньше 60 учеников, и в нём организовано семь кружков. Каждый ученик класса посещает одинаковое количество кружков. Известно, что для любых двух кружков найдутся ровно три ученика, которые посещают их оба. Сколько учеников может быть в таком классе?

3. Неотрицательные числа a , b и c таковы, что $a^2+b^2+c^2 = a+b+c$. Докажите, что
$$\frac{(a-1)^2}{b+c+1} + \frac{(b-1)^2}{c+a+1} + \frac{(c-1)^2}{a+b+1} \leq \frac{3}{1+a+b+c}.$$

4. Дана замкнутая тысячезвенная ломаная, в которой длины всех звеньев равны, никакие два конца несоседних звеньев не совпадают и никакой конец одного из звеньев не лежит внутри другого звена. При каком наибольшем k может случиться, что каждое звено пересекает хотя бы k из оставшихся звеньев под прямым углом?