РАБОТА НА XVIII ОЛИМПИАДЕ им. ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА
25 марта 2026 года

АНКЕТА УЧАСТНИКА

1. Класс 8

2. Фамилия Д О Р О Н И Н

Имя: И Л Ь Я

Отчество: В Л А Д И М И Р О В И Ч

заполняется печатными буквами в *именительном* падеже

3. Регион Ульяновская область

4. Контактный телефон 8 927 830 90 58

5. Контактный электронный адрес doronini0812@gmail.com

11:32-11:34

Задача № 1 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Абонин Илья

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Предположим что число n ~~пар~~ 2-хорошее и 4-хорошее. Пусть минимальное число при разложение числа n на 2 сумму последовательных числа будет x, при разложении на 4 будет y. Тогда с 1 стороны $n = 2x+1$, с другой $n = 4y+6$. Тогда n с ~~2~~ 1 стороны нечетное, с другой четно противоречие $\Rightarrow$ т.к. чисел больших 1 и меньших 7 всего 5, ответ в задаче будет ≤ 4

Пример:

$n = 45$

$k=2$: $22+23$

$k=3$: $14+15+16$

$k=5$: $7+8+9+10+11$

$k=6$: $5+6+7+8+9+10$

Ответ: 4

Задача № 2 Лист 1 из 2 Фамилия, имя: Федоткин Илья

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Пусть учеников x, каждый посещает k кружков
Будем называть растопыркой из 3 вершин конфигурацию когда ученик посещает 2 кружка
Из условия следует, что на любые 2 кружка опирается 3 растопырки. Тогда с одной стороны всего $C_7^2 \cdot 3$ (выбираем любые 2 кружка и на них опирается 3 растопырки) $= 63$ растопырок, с другой стороны их $C_k^2 \cdot x$ (выбираем любого ученика и любые 2 кружка которые он посещает)
Получаем равенство: $63 = C_k^2 \cdot x$
Из условия следует, что $6 < x < 60$, но мы доказали, что $63 \vdots x$ (из равенства), значит x может быть только равно:

① $x = 7$
Тогда $C_k^2 = 9$, но если $k \leq 4$, то $C_k^2 \leq 6$, если $k \geq 5$, то $C_k^2 \geq 10$

② $x = 9$
Тогда $C_k^2 = 7$, но аналогично если $k \leq 4$, то $C_k^2 \leq 6$, если $k \geq 5$, то $C_k^2 \geq 10$

③ $x = 21$
Тогда $C_k^2 = 3$, т.е. $k = 3$

Заметим что остались делители числа 63 только 1, 3, 63, но они не подходят под условие $6 < x < 60$.

Пример на $x = 21$:

Задача № 2 Лист 2 из 2 Фамилия, имя: Воронин Илья

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Пронумеруем детей $x_1; \ldots ; x_{21}$. Разобьем их на 7 групп: $x_1 x_2 x_3; \ldots ; x_{19} x_{20} x_{21}$. Пронумеруем группы $g_1; \ldots ; g_7$. Пронумеруем кружки $K_1; K_2; \ldots ; K_7$. Теперь будем писать номер кружка и группы детей, которые в него ходят:

K_1 $g_1\ g_2\ g_3$
K_2 $g_1\ g_4\ g_5$
K_3 $g_1\ g_6\ g_7$
K_4 $g_2\ g_4\ g_6$
K_5 $g_2\ g_5\ g_7$
K_6 $g_3\ g_4\ g_7$
K_7 $g_3\ g_5\ g_6$

Заметим что любые 2 кружка пересекаются по ~~группе~~ ~~групп~~ ровно 1 группе состоящей из 3 детей. Каждая группа детей находится ровно в 3 кружка ⇒ каждый ребенок тоже находится в 3 кружках.

	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7
K_1	V	V	V				
K_2	V			V	V		
K_3	V					V	V
K_4		V		V		V	
K_5		V			V		V
K_6			V	V			V
K_7			V		V	V	

~~Таблица для~~ Пример на таблице, для большего понимания. Где V обозначает наличие группы в кружке.

Задача № 3 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Доронин Илья

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Заметим такой факт: если x, y, k неотрицательные числа такие, что $x \le y$ то верно:

$$x \le y$$
$$xy + xk \le xy + yk$$
$$x(y+k) \le y(x+k)$$
$$\frac{x}{y} \le \frac{x+k}{y+k}.$$

Заметим $(a-1)^2 \le b+c+1$, т.к. если это ложь то: $a^2-2a+1 > b+c+1$

$a^2-2a > b+c$, но из условия следует что $a^2-a = b+c-b^2-c^2$, из чего уже следует $b+c \geqslant a^2-a$ и т.к. a неотриц., то и верно $b+c \geqslant a^2-2a$ – противоречие $\Rightarrow$

$\Rightarrow (a-1)^2 \le b+c+1 \Rightarrow \frac{(a-1)^2}{b+c+1} \le \frac{(a-1)^2+a}{a+b+c+1}$

аналогично: $\frac{(b-1)^2}{c+a+1} \le \frac{(b-1)^2+b}{a+b+c+1}$ и $\frac{(c-1)^2}{a+b+1} \le \frac{(c-1)^2+c}{a+b+c+1}$

Значит верно: $\frac{(a-1)^2}{b+c+1} + \frac{(b-1)^2}{c+a+1} + \frac{(c-1)^2}{a+b+1} \le$

$\le \frac{(a-1)^2+a+(b-1)^2+b+(c-1)^2+c}{a+b+c+1} = \frac{a^2+b^2+c^2-a-b-c+3}{a+b+c+1} \overset{\text{из усл.}}{=} \frac{3}{a+b+c+1}$

Что и нужно было доказать.

Задача № 4 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Воронин Илья

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

~~Разобьём отрезки на типы. 2 отрезка в 1 типе если они параллельны~~

Разобьём отрезки на типы 2 отрезка в 1 одном типе, если они параллельны. Заметим что типы можно разбить на пары, а именно тип отрезка и тип отрезка повернутого на 90°, если типы на пары не разбиваются, то есть отрезок, который никто не пересекает под углом 90°. Заметим, если будет только 2 типа, то типы отрезков в ломаной будут чередоваться, но тогда у нас не будет ни одного пересечения т.к. отрезки одной длины. Значит типов ≥ 4, значит в каком-то ~~типов~~ типе отрезков ≤ 250 ⟹ ответ ≤ 250

РАБОТА НА XVIII ОЛИМПИАДЕ им. ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА
26 марта 2026 года

АНКЕТА УЧАСТНИКА

1. Класс 8

2. Фамилия Д О Р О Н И Н

Имя: И Л Ь Я

Отчество: В Л А Д И М И Р О В И Ч

заполняется печатными буквами в *именительном* падеже

3. Регион Ульяновская область

12:40 – 12:41

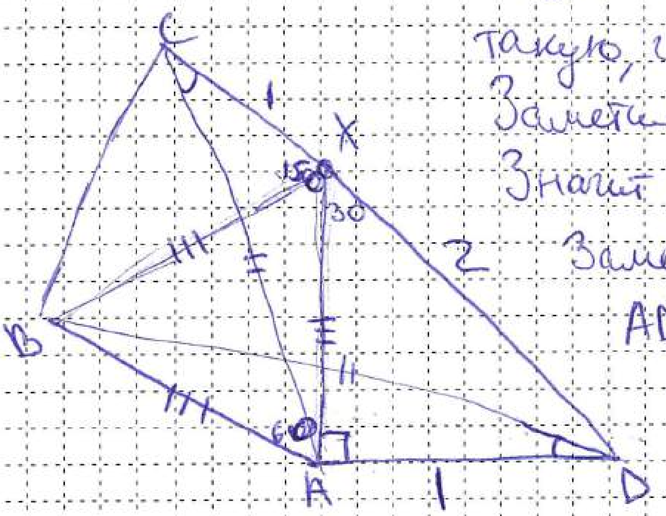
Задача № 5 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Доронин Илья

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Заметим что в каждом квадрате 2×2 есть ≤ 1 короля. Доску 30×30 можно разбить на 225 квадратов 2×2 $\Rightarrow$ только в 5 квадратов нет короля. В любой доске 9×9 можно выделить 16 непересекающихся квадратов (просто выделим доску 8×8 из доски 9×9 и понятно как разобьем на 16 квадратов) и т.к. у нас всего в 5 квадратах нет короля, на доске 9×9 точно будет король ≥ 11 квадратов из 16.

Задача № 6 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Доронин Илья

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!



Отметим на CD точку X такую, что CX = 1, DX = 2.
Заметим △AXC = △BAD по I пр.
Значит ∠AXC = 150° ⇒ ∠AXD = 30°
Заметим в △AXD XD = 2; AD = 1; ∠AXD = 30° ⇒ ⇒ ∠XAD = 90° (если не равен, то опустим на прямую AX перпендикуляр DY. У нас получится △DXY с углами 30°, 60°, 90° ⇒ $DY = \frac{XD}{2} = 1$, тогда △DAY равнобед. (DA = DY), но ∠DYA = 90° — противоречие)
Т.к. ∠BAD по условию = 150°, а ∠XAD = 90°, то ∠BAX = 60°. Также из △AXC = △BAD следует, что XA = AB. Но тогда △BAX равнобед. с углом 60° ⇒ равносторон. ⇒ ∠BXC = 90° (т.к. ∠CXA = = 150°, а ∠BXA = 60°) ⇒ △BXC = △XAD по I пр.
⇒ BC = DX = 2.

Задача № 7 Лист 1 из 3 Фамилия, имя: Доронин Илья

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Заметим что произведение трёх скобок делится на p^2 (p - просто число из условия), то либо 1 скобка делится на p^2, либо 2 скобки делятся на p.

(1) 1 скобка делится на p^2:

~~Заметим что буквы цикличны, поэтому можем считать, что~~ $ab+a+1 \vdots p^2$

(1) 2 скобки делятся на p

Заметим что буквы цикличны, поэтому можем считать, что $bc+b+1 \vdots p$ и $ca+c+1 \vdots p$, перемножим эти 2 выражения

$$a bc^2 + bc^2 + bc + abc + \underline{bc} + \underline{b} + ca + c + \underline{1} \vdots p$$

$\Uparrow$ (подчёркнутые вычитаем)

$$a bc^2 + bc^2 + bc + abc + ca + c \vdots p$$

$\Downarrow$ (из делимости b и c в/п с p) делим на c

$$\underline{abc} + \underline{bc} + \underline{b} + ab + a + 1 \vdots p$$

$\Downarrow$ (т.к. $ac + c + 1 \vdots p$, то подчеркнутые тоже делятся)

$$ab + a + 1 \vdots p$$

Значит все 3 скобки делятся на p, т.е.

$abc + 1 \vdots p \Rightarrow abc \equiv_p -1$

~~abc+1 делятся на какую-то скобку, пусть на ab+a+1.~~

$$ab + a + 1 \vdots p$$

$\Downarrow$

$$ab + a - abc \vdots p$$

$\Downarrow$

Задача № 7 Лист 2 из 3 Фамилия, имя: Аронин Илья

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

$\Downarrow$ (a b/n c p)

$b+1-bc \vdots p$

$\Downarrow$

$bc-b+1 \vdots p$

$\Downarrow$ (т.к. $bc+b+1$ тоже $\vdots p$)

$2b+2$ $2b+1 \vdots p$ $(2b \equiv_p -1)$

$bc+b+1 \vdots p$

$bc-b \vdots p$

$c-1 \vdots p$ $(c \equiv_p 1)$

$abc+1 \vdots p$

$\Downarrow$

$ab+1 \vdots p$ ~~(?)~~

но $ab+a+1$ тоже $\vdots p \Rightarrow a \vdots p$ - противоречие

2) 1 скобка делится на p^2

буквы цикличны, поэтому пусть $ab+a+1 \vdots p^2$

Заметим что произведение скобок явно больше чем $(abc+1)^2 = a^2b^2c^2+2abc+1$, значит

$p^2 > abc+1 \Rightarrow ab+a+1 > abc+1$

$a(b+1) > abc$

$b+1 > bc$

$\Downarrow$

$c=1$

Тогда условие значит:

$(ab+a+1)(2b+1)(a+2) \vdots ab+1$

$\Downarrow$

~~(2b+1)~~

Задача № 7 Лист 3 из 3 Фамилия, имя: Доронин Илья

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Заметим $ab+1 \vdots (2b+1)(a+2)$, иначе частное будет больше p^2 (также это следует из того, что $ab+a+1$ и $ab+1$ по понятным причинам взаимно просты), что

$ab+1 < (2b+1)(a+2) = 2ab+a+4b$

противоречие.