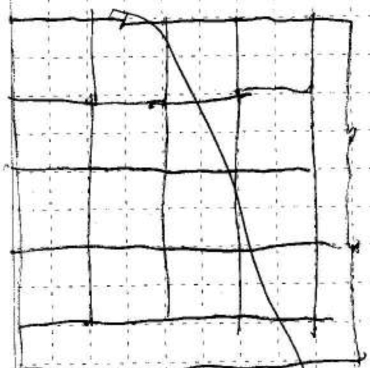
Задача № 5 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Граф Роберт

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

№5

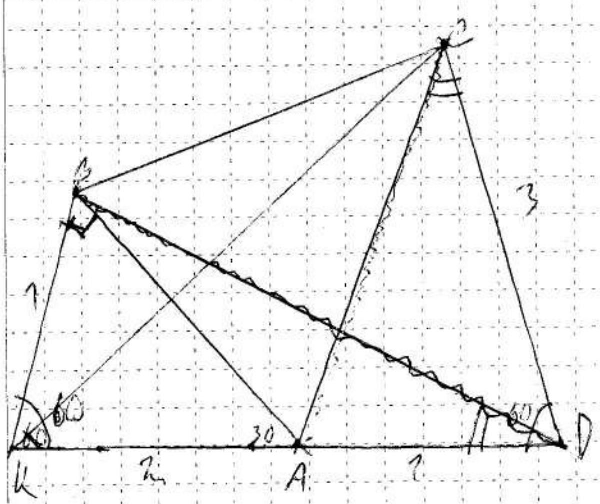
Заметим что в 1 квадрате ~~1 на~~ 2×2 стоит ≤ 1 короля. Тогда всего $\le \frac{30\cdot 30}{4} = 225$ королей на доске, ведь её можно разбить на кв. 2×2. Тогда ~~заметим~~ заметим, что в кв. 9×9 ~~можно поместить~~ 16 кв 2×2. Тогда заметим, что раз королей всего 220, то в каких-то 5 кв. 2×2 из разбиения нет короля (ровно 5 т.к. ~~если~~ если таких кв > 5, то



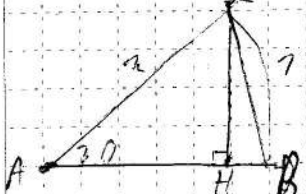
в каком-то из ост. кв. хотя бы 2 короля по принципу Дирихле, а если меньше 5, то королей ≥ 221). Заметим, что кв. 9×9 включает в себя хотя бы 16 кв. 2×2 из разбиений, ведь ~~его~~ в нем можно 4 разными сп. выбрать кв. 8×8 и разбить его на кв. 2×2, и среди этих 4 разбиений очевидно найдется то, где кв. 2×2 совпадают с ~~разбиением~~ разбиением кв. 30×30, что очевидно, а т.к. есть ровно 5 кв. 2×2 без королей, то в этом кв. 9×9 ≥ 16 − 5 = 11 кв. 2×2 ~~королей~~ с королями ⇒ ≥ 11 королей

Задача № 6 Лист 1 из ? Фамилия, имя: Гродз Роберт

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!



Пусть K - такая, что AK = 2. Тогда ~~раз~~ $\Delta ACD = \Delta KBD$ т.к. ~~KB = AD~~, BD = AC, KD = = CD = 3, $\angle BDK = \angle ACD$. Тогда BK = 1, и $\angle KBA = 90^\circ$ т.к. иначе ~~иначе~~



проведем высоту KH на ~~AD~~ AB. Тогда т.к. AKH - прям. тр. с ~~углом~~ $\angle KAH = 30^\circ$, то KH = = 0,5 · AK = 1, но тогда в прям. ~~тр~~ тр. ΔHKB KH = KB = 1 и $\angle KHB = 90^\circ$ => противоречие => $\angle KBA = 30^\circ$, $\angle BKA = 60^\circ$, и из равенства ΔKBD и ΔACD $\angle CDA =$ $= \angle BKA = 60^\circ$. Тогда в ΔKCD, $\angle KDC = 60^\circ$, KD = CD = 3 => ΔKCD - равносторонний, а KC = 3 и, $\angle CKD = 60$, ~~но~~ но если B не лежит на KC, то $\angle BKA \neq 60$ =>

B на KC, и BC = 3 − 1 = 2.

может быть и меньше?

+.

Задача № 7 Лист 1 из 2 Фамилия, имя: Граф Роберт

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

~~Пу~~ Пусть найдется такое p, что $ab+a+1 \underset{p}{\equiv} abc+1 \underset{p}{\equiv} 0$. Тогда

$ab+a \underset{p}{\equiv} abc$

~~$b+1 \underset{p}{\equiv} bc$~~ Пусть ~~это частное p^2.~~

~~Тогда пусть найдется такое простое p что $abc+1 \vdots p^x$, где x – это степень вхождения в $abc+1$. Тогда пусть $ab+a+1 \vdots p^y$, где y – тоже ст. вхожд. p в $ab+a+1$. Тогда $abc+1-ab-a-1=a(bc-b-1)$~~

Тогда заметим, что $ab+a+1=(a+1)(b+1)-b$, и если $a+1 \underset{p}{\equiv} b \underset{p}{\equiv} 0$ при каком-то p, то все числа $\vdots p$, а $abc+1 \vdots p \Rightarrow p^2$ – есть частное, ~~а и тогда НОД$(a+1, b)=p$,~~ т. ~~$bc+b+1 \vdots p$~~. Тогда ~~$(b+1)(c+1)-c \vdots p$~~, а раз $b \underset{p}{\equiv} 0$, то $bc+b+1 \underset{p}{\equiv} 1$, а ~~$ac+c+1 \equiv$~~ $ac+c+1 \equiv -c+c+1 \underset{p}{\equiv} 1$

~~$\underset{p}{\equiv} 2c+1$, ведь $a \equiv$~~ ведь $a+1 \vdots p \Rightarrow$ из всех 3 множителей только $ab+b+1 \vdots p \Rightarrow$ ст. вхождения p в произв. – 2, где p^2 – это частное

Пусть $ab+a+1 \equiv abc+1 \underset{p}{\equiv} 0$. ~~Тогда~~

$(a+1)(b+1)-b \vdots p \Rightarrow$ ~~$b=$~~ $(a+1)(b+1) \underset{p}{\equiv} b$ $\quad a+1 \underset{p}{\equiv} \frac{b}{b+1}$,

$a \equiv \left(\frac{-1}{b+1}\right)$, $abc-ab-a \vdots p \Rightarrow a(bc-b-1) \vdots p$, а т.к. $a \not\vdots p$ (иначе $abc+1 \underset{p}{\equiv} 1$) то $bc-b-1 \vdots p$ $(b+1)(c-1) \equiv c$

$\vdots p \Rightarrow (b+1)(c-1) \underset{p}{\equiv} c$ $\quad b+1 \underset{p}{\equiv} \frac{c}{c-1}$ $\quad b \underset{p}{\equiv} \frac{1}{c-1}$.

А почему так можно?

Задача № 73 Лист 2 из 2 Фамилия, имя: [illegible] Роберт

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

$a \equiv_p \frac{-1}{\left(\frac{c}{c-1}\right)} \equiv_p -\frac{c-1}{c} = \frac{1-c}{c}$. $bc+b+1 \equiv_p$

$\equiv_p \frac{c}{c-1} + \frac{1}{c-1} + 1 \equiv_p \frac{2c}{c-1}$ $\quad ac+c+1 \equiv_p \frac{c(1-c)}{c} + \frac{1-c}{c} + 1 \equiv$

$\equiv_p \frac{c-c^2-c+1+c}{c} \equiv_p \frac{-c^2+c+1}{c}$, ~~тогда~~ тогда $bc+b+1 \not\vdots\, p$,

иначе $bc+b+1-(bc+b-1) = 2b+2 \,\vdots\, p \Rightarrow b+1 \,\vdots\, p$, и

$c \,\vdots\, p \Rightarrow abc+1 \equiv_p 1 \Rightarrow$ противоречие. ~~Тогда~~

~~$abc+1 \equiv c \cdot \frac{1-c}{c} \cdot \frac{1}{c-1}$~~ Тогда $ab+a+1 \equiv$

$\equiv_p \frac{1-c}{c} \cdot \frac{c}{c-1} + \cancel{\frac{c-1}{c}}\ \frac{1-c}{c} + 1 = \frac{1-c}{c} \equiv 0 \Rightarrow$

$c \equiv_p 1$, но тогда $(b+1)(c-1) \equiv_p 0 \equiv_p c \Rightarrow$

противоречие $\Rightarrow p \geq 3$ не может быть.

Тогда $p = 2$. $(ab+a+1)\cdot(bc+b+1)(ac+c+1) =$

$= 4abc+4$, тогда ~~все~~ a, b, c — четные,

и они ≥ 2, а ~~при~~ тогда $ab+a+1 \geq 2a+a+1$

$ab+1 \geq 2a+1 > a$ и аналогично $bc+b+1 \geq 2b$,

$ac+c+1 \geq 2c \Rightarrow$ ~~что~~ все это $\geq 8abc >$

$4+4abc$ т.к. $abc > 1 \Rightarrow$ противоречие.

~~Тогда~~ a, b, c — все четные т.к. иначе

если все неч., то $abc+1$ — ч., а наше произведение — неч. $\Rightarrow$ противоречие, а

~~если~~ если есть ч. и н. числа, то

среди пар a и b, b и c, c и a ~~есть~~ есть

пара, где 1-е ~~число~~ н. и 2-е числа — чет.

нечет. и чет. $\Rightarrow$ ~~сос~~ один из

множителей чётен, а $abc+1$ — неч. $\Rightarrow$

противоречие.

+.

Задача № 48 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Граф Роберт

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Пусть это возможно. Тогда

~~$(ab+a+1)\cdot(bc+b+1)\cdot(ac+c+1)\cdot abc=(abc+ac+c)\cdot$~~

~~$(abc+ab+a)\cdot(abc+$~~

~~Заметим, что~~ если a, b и c – все четные ~~или все~~ нечетные, то

Если a, b, c – неч., то все числа неч., а $abc+1$ – ч. => также невозможно.

Если среди a, b, c есть 2 неч., то среди пар ~~a, b, bc, ac~~ a и b – b и c, a и c найдется та, в которой 1-е число неч., а второе четное, и тогда какое-то из $ab+a+1$, $bc+b+1$, $ac+c+1$ – ч., а $abc+1$ – неч. => исх. частное $\vdots$ 2, и тогда оно равно 4 т.к. 2 – простое, ~~тогда~~ если все четные, то Сумма числа – неч., а $abc+1$ – также нечетное.

Ответ: ~~да~~ нет, и это ~~арифметическая прогрессия вида~~ пол. числа $x+1$, $x+2$, ..., $x+50$ при x равном