Задача № 5 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Солдаков Тимур

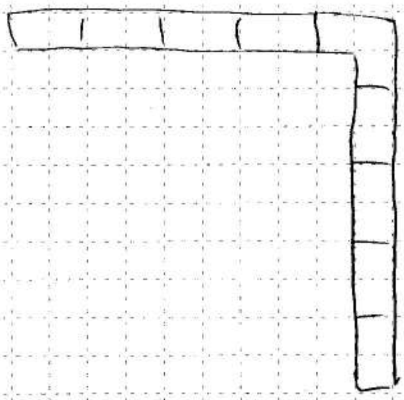
Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Пусть нет, тогда посмотрим на 9×9 в котором ≤ 10 королей

Заметим, что к нему можно добавить фигурку из клеток так, чтобы он стал 10×10 и оставшуюся часть доски можно разбить на квадратики 2×2 (добавить "каемку" с тех сторон где до края осталось 4 клеток т.к. $30 \vdots 2$ а $9 \not\vdots 2$, то так делать можно). ок

Тогда заметим, что в оставшейся части доски ≤ 200 королей, т.к. все разбилось на 200 2×2 в каждом из которых ≤ 1 короля $\Rightarrow$ в нашем $10\times10 \geq 20$ королей $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ в каемке которую мы добавили ≥ 10 королей



← в ней ≥ 10 королей

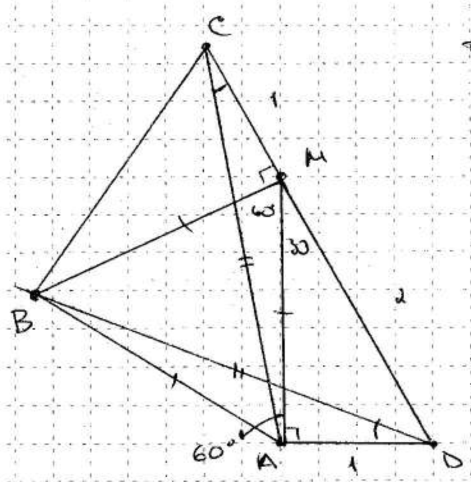
но заметим, что ее можно разбить на 9 частей в каждой из которых ≤ 1 короля $\Rightarrow$ в ней ≤ 9 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ наше предположение ложно $\Rightarrow$ в каждом $9\times9 \geq 11$ королей

$\oplus$

Задача № 6 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Садыков Тимур

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!



M: $CM = 1 \Rightarrow MD = 2$

тогда $\triangle ACM = \triangle BDA$ по I признаку

$\Downarrow$

$MA = AB$

$150° = \angle BAD = \angle AMC$

$\Downarrow$

$\angle AMD = 30°$

$\triangle AMD$: $\angle AMD = 30°$, $AD = \frac{1}{2} MD$ $\Rightarrow$ $\angle MAD = 90°$

т.к. Th синусов $\triangle MAD$ $\frac{\sin 30}{\sin \angle MAD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \angle MAD = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle MAD = 90$ OK.

$\angle MAD = 90° \Rightarrow$ $\angle BAM = 60°$ ($\angle BAD = 150°$), $AB = AM$ $\Rightarrow \triangle ABM$ - р/с $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $BM = MA$, $\angle AMB = 60°$, $\angle AMD = 30°$ $\Rightarrow$ $\angle BMC = 90° = \angle MAD$, $CM = AD$, $BM = MA$ $\Rightarrow \triangle MCB = \triangle ADM$ по I пр.

$\Downarrow$

$BC = MD = 2$ ✓

Задача № 3 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Садыков Тимур

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Пусть $p^2(abc+1) = (ab+a+1)(bc+b+1)(ac+c+1) \ \vdots\ p^2$

если какая-то из скобок $\vdots\ p^2$, то плохо, т.к. тогда

$abc+1 \ \vdots\ (\ )(\ )$ две другие скобки, а их произведение

т.к. произведение I ск > abc, произв. 1 = 1, есть еще произв. средних

всегда $> abc+1$ ⇒ плохо, значит никакая из скобок

не $\vdots\ p^2$ ⇒ БОО $\left.\begin{array}{l}(ab+a+1) \vdots p \Rightarrow abc+ac+c \vdots p \\ (bc+b+1) \vdots p \Rightarrow abc+ab+a \vdots p\end{array}\right| \Rightarrow$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} abc+ac+c \vdots p \\ abc+ab+a-(ab+a+1) \vdots p \\ \quad \overset{\shortparallel}{c\,ab-1} \end{array}\right) \Rightarrow ac+c+1 \vdots p$ (III скобка)

если правая часть $\vdots\ p^3$ ⇒ $abc+1 \vdots p$, но и $abc-1 \vdots p$ ⇒

т.к. их разность $2 \vdots p$

⇒ $p=2$, и каждая из $ab+a+1;\ bc+b+1;\ ca+c+1 \vdots 2$

откуда $a(b+1) \equiv_2 1$

$b(c+1) \equiv_2 1$ откуда a и $(a+1)$ нечетны

$c(a+1) \equiv_2 1$ а это странно как-то ⇒

⇒ такого быть не может

Задача № 8 Лист 1 из 2 Фамилия, имя: Садыков Тимур

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

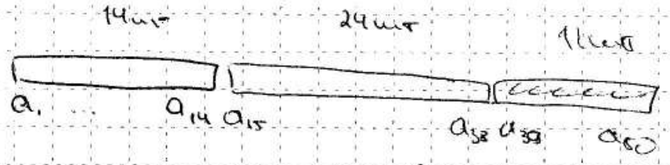
~~Заметим, что~~ Упорядочим гири: $a_1 \le a_2 \le \ldots \le a_{50}$

заметим, что если брать набор: $a_{50}, \ldots a_{39}$ и набор 12 чисел

из $a_{38} \ldots a_{15}$, то их суммарный вес будет всегда

равняться сумме 25 гирь (возможно кроме $\{a_{50} \ldots a_{27}\}$). или 26 гирь

Потому что



26 гирь не может быть т.к. этот вес меньше

чем $\{a_{27} \ldots a_{50}\}$ который $\le \frac{1}{2}$ от всего ⇒ ≥ 25?

⇒ нужно доказать что гирь ≥ 24. Это потому что

гири $a_{39} \ldots a_{50}$ перевешивают оставшийся

набор из $\{a_{15} \ldots a_{38}\}$, а набор из 24 гирь $\in \{a_{15} \ldots a_{38}\}$

перевешивает любой набор (24 гири) $\subset \{a_1 \ldots a_{38}\}$. ⇒ гирь которые

сравнивают веса их всегда 25. Заметим, что тогда

не взятой остается только 1 гиря. Посмотрим

на все возможные выборы 12 гир с $\{a_{15} \ldots a_{38}\}$ их C_{24}^{12}

для каждого выбора была невзята какая-то 1 из $\{a_1 \ldots a_{38}\}$ ⇒

⇒ для какой-то гири кол-во наборов когда её не

использовали (вообще) $\ge \frac{C_{24}^{12}}{38}$ т.е. в $\ge \frac{C_{24}^{12}}{38}$ случаях

не использовалась 1 и таже гирька ⇒ существует

$\ge \frac{C_{24}^{12}}{38}$ наборов гирь по 12 шт из $\{a_{15} \ldots a_{38}\}$ таких что

их суммарный вес всегда одинаков (из за того что

мы использовали одинаковые гири) т.е. вес $= \frac{1}{2}$ от ? использованных. Что плохо не доказано

так как их слишком много (хотя я не умею это но этому отв нет

доказывать) Но можно по другому после

того как мы сказали что если мы не используем

одну и туже гирьку во многих взвешиваниях то

Задача № 8 Лист 2 из 2 Фамилия, имя: Садыков Тимур

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

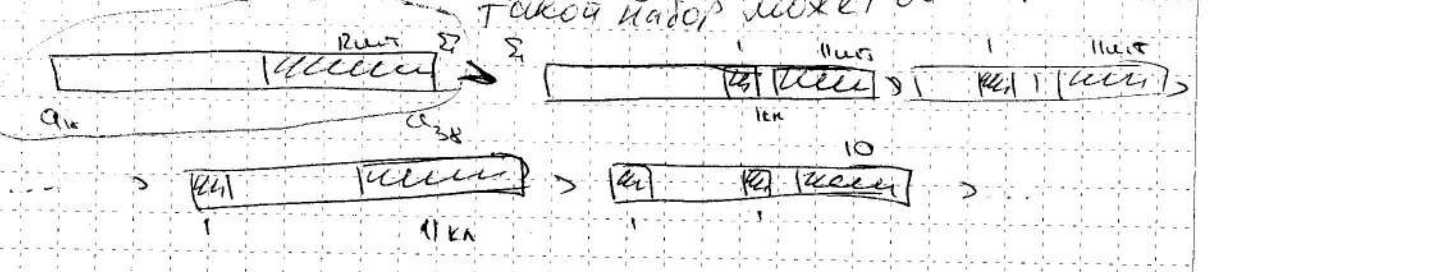
суммарный вес набора из 24 фиксирован, можно сказать что при выборе как мы делали у нас всего получится ≤ 38 различных весов, т.к. не использовать можно только 38 гирь $\Rightarrow$ давайте поймем где мы можем откопать ≥ 39 различных сумм (щас буду говорить только про выбор 12 шт $\in \{a_{15} \dots a_{38}\}$

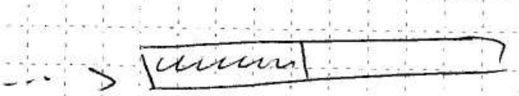
~~Поймем, что если взять гирьки самые большие то~~

Давайте возьмем и представим наши гирьки ~~в полоске~~ как полоску с закрашенными кл. (те гири которые мы взяли) тогда если пододвинуть закрашенную клетку налево, то сумма уменьшится

Тогда какие ≥ 39 наборов возьмем:

Такой набор может быть равен 26-ти гирям.





(когда я ставлю знак >, то я говорю про Σ вес гирек) В этой конструкции явно > 38 "полосок" $\Rightarrow$ есть ≥ 39 различных сумм

так писать плохо