Задача № 7 Лист 5 из 5 Фамилия, имя: Самофалова Анфиса

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

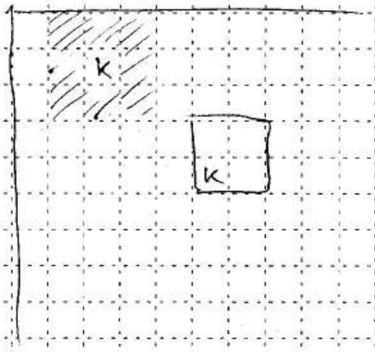
т.к. мы доказали, что $p \neq 2$

Значит, такого быть не может.

Ответ: нет

Задача № 5 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Самофалова Анфиса.

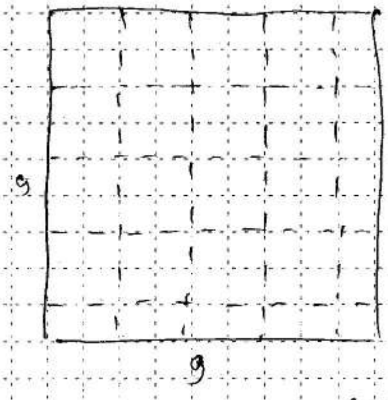
Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!



Если на доске стоит король, то в клетках соседних по стороне / углу нет королей.

Тогда, давайте поймем, что в любом квадрате 2×2 максимум 1 король, потому что все клетки квадрата граничат с другими.

Разделим доску 30×30 на квадраты 2×2. т.к. $30 \vdots 2$, то разделится и получится $\frac{30}{2}\cdot\frac{30}{2}=225$ квадратов. Значит, если в каждый квадрат 2×2 ставить по королю будет 225.



Допустим, мы нашли квадрат 9×9 в котором $\leq$ 10 королей. Тогда, разделив доску 30×30 на 2×2 в квадрате 9×9 образовалось 16 $\left(\left[\frac{9}{2}\right]\cdot\left[\frac{9}{2}\right]\right)$ квадратов 2×2.

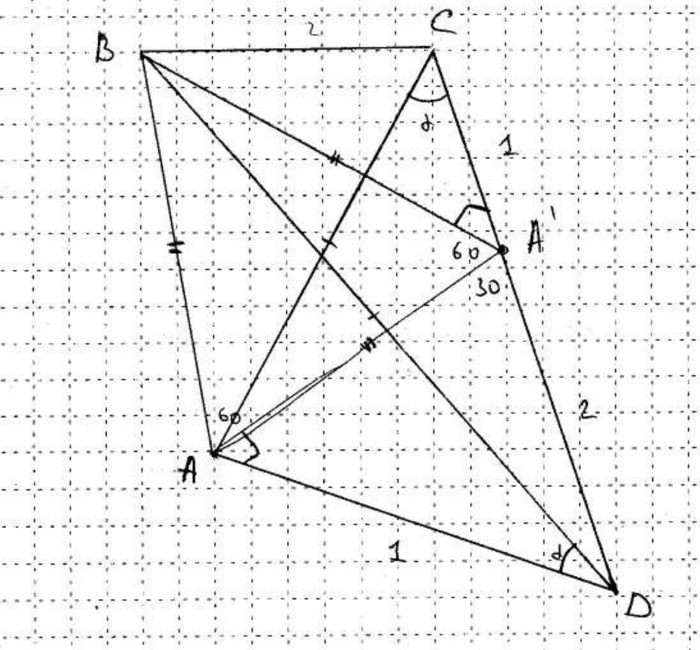
Тогда, в ≥ 6 квадратах 2×2 не будет королей $\Rightarrow$ ~~всего~~ максимум короли будут в 219 квадратах $(225-6)$ $\Rightarrow$ значит, королей ≤ 219, а надо 220. Противоречие. Тогда, в каждом квадрате 9×9 ≥ 11 королей.

$\otimes$

Ответ: ЧТД

Задача № 6 Лист 1 из 2 Фамилия, имя: Самофалова Анфиса

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!



Дано:

$BD = AC$

$\angle ADB = \angle ACD$

$CD = 3 \quad AD = 1$

$\angle BAD = 150$

$BC = ?$

Отметим на CD A', так, что $CA' = AD = 1$

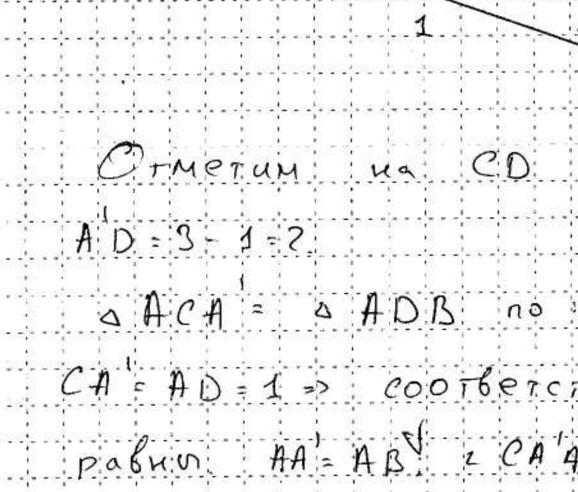
$A'D = 3 - 1 = 2$

$\triangle ACA' = \triangle ADB$ по: $BD = AC$, $\angle ACA' = \angle ADB = \alpha$

$CA' = AD = 1$ => соответственные элементы треугольник равны $AA' = AB$ $\angle CA'A = \angle BAD = 150$ =>

$\angle AA'D = 30$

Заметим, что в $\triangle AA'D$ стороны 1 и 2, напротив $30° = 1$



Тогда, опустим высоту на AA' образуется $\triangle$ 30-60-90

Тогда, DH (DH - высота) $= \frac{A'D}{2} = 1$ $DH = AD \Rightarrow \angle A'AD = 90 \Rightarrow A'D = HD$ OK

Значит, угол $A'AD = 90 \Rightarrow \angle BAA' = 150 - 90 = 60$

Тогда, $\triangle BAA'$ — равносторонний, т.к. $AB = AA'$, $\angle A = 60$

$BA' = AA' = AB$ $\angle AA'B = 60 \Rightarrow \angle BA'C = 180 - 60 - 30 = 90$

Тогда, $\triangle BA'C = \triangle A'AD$ по 2 сторонам и углу $= 90°$

$(AA' = BA';\ AD = CA' = 1;\ \angle BA'C = \angle DAA' = 90)$

Задача № 6 Лист 2 из 2 Фамилия, имя: Самофалова Анфиса

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Значит, соответственные элементы равны $\Rightarrow$

$BC = A'D = 2$ (лежит напротив $\angle = 50°$) ✓

Ответ: $BC = 2$

Задача № 7 Лист 1 из 5 Фамилия, имя: Самофалова Анфиса

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Допустим, может. Тогда

$(ab+a+1)(bc+b+1)(ac+c+1) = (abc+1)\cdot p^2$

Тогда, либо НУО (т.к. цикличино) $ab+a+1 \vdots p^2$, либо 2 скобки делятся на p, т.к. p — простое число.

1) $ab+a+1 \vdots p^2 \Rightarrow ab+a+1 \geq p^2 \Rightarrow$

$(bc+b+1)(ac+c+1) \leq abc+1$, но

$(bc+b+1)(ac+c+1) =$ ~~все числа на~~ $c^2ab + c^2b + bc + \underline{abc} + bc + b + ac + c + \underline{1} > abc+1$, т.к. все числа натур. $\Rightarrow$ каждое слагаемое ≥ 1. Противоречие. ✓

Значит, 2 скобки делятся на p

~~НУО, это $(ab+a+1)$ и $(bc+b+1)$, т.к. скобки ... Тогда $abc+1 \vdots ac+c+1$~~

~~$ab+1 \vdots ac+c+1$~~

~~$ab+a+1 \equiv bc+b+1 \equiv 0$~~

~~$ab+a \equiv bc+b \equiv -1 \Rightarrow (p,a)=1, (p,b)=1$~~

~~$(p,(b+1))=1, (p,(c+1))=1$~~

$ab+a =$ ~~$a(b+1)$ $bc+b = b(c+1)$ $(b,b+1)=1$~~ $\Rightarrow$

Допустим, a, b, c — нечетные. Тогда, все скобки нечетные, а $abc+1$ — четно. $\varnothing$

Значит, $\exists$ хотя бы 1 число $\vdots 2$.

~~Если $\exists$ число $\vdots 2$, то~~

Задача № 7 Лист 2 из 5 Фамилия, имя: Самофалова Анфиса

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

~~из скобок все~~

~~$(xy+x+1)(yz+y+1)(zx+z+1)$~~

~~ч+ч+ч ч+ч+ч ч+ч+ч~~

Тогда, $abc+1$, $abc \vdots 2$, $\Rightarrow abc+1 \not\vdots 2 \Rightarrow$

Если $(ab+a+1)(bc+b+1)(ac+c+1) \vdots 2$, то

$abc+1 \not\vdots 2 \Rightarrow$ $p=2$

~~Докажем, что если хотя бы~~

~~и 1 из чисел $\vdots 2$, то если 1, то~~

~~1 из скобок =~~

$(xy+x+1)(yz+y+1)(zx+z+1)$

Доп, ~~...~~ только $x \vdots 2 \Rightarrow zx+z+1 =$ чет +

+ неч + неч $\Rightarrow$ Произв $\vdots 2$ ✓

Доп, 2 числа $\vdots 2$, тогда, доп $x \not\vdots 2 \Rightarrow$

$xy+x+1 =$ чет + неч + неч $\Rightarrow$ Произв $\vdots 2$ ✓

Если все 3 числа $\vdots 2$, то Произв $\not\vdots 2$, но

I. $p=2 \Rightarrow$

$(ab+a+1)(bc+b+1)(ac+c+1) = 4abc+4$

Но, в Произведение есть

$ab \cdot 1 \cdot c$; $ab \cdot bc \cdot ac$; $a \cdot bc \cdot 1$, $a \cdot b \cdot ac$;

$1 \cdot bc \cdot ac$; $1 \cdot b \cdot ac$; $ab \cdot 1 \cdot ac$, $1 \cdot 1 \cdot 1$,

Первые 7 $\geq abc$, т.к. числа натур.

$1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \Rightarrow$ ~~Произв~~ $abc \geq 1 \Rightarrow$ Произв $>$

$4abc+4$ (это не все слагаемые еще) $\Rightarrow$ $p \neq 2$

Тогда, все числа — ~~н~~ четные

Задача № 7 Лист 3 из 5 Фамилия, имя: Самофалова Анфиса

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

~~Тогда, p – нечет $\Rightarrow p^2 \underset{4}{\equiv} 1 \Rightarrow$~~

~~$(ab+a+1)(bc+b+1)(ac+c+1) \underset{4}{\equiv} abc+1$~~

~~$ab, bc, ac \underset{4}{\equiv} 0$, т.к. оба четные $\Rightarrow$~~

~~$(a+1)(b+1)(c+1) \underset{4}{\equiv} abc+1$~~

~~$abc \underset{4}{\equiv} 0 \Rightarrow (a+1)(b+1)(c+1) \underset{4}{\equiv} 1$~~

~~Тогда, $\underset{4}{\equiv} 2$ может быть либо 0 либо 2 числа~~

a НУО $ab+a+1 \vdots p$ $bc+b+1 \vdots p \Rightarrow$

$abc+1 \vdots ac+c+1$

$(a+1)(b+1)(c+1) - \cancel{(b+1)(a+c)-b-ac} \vdots$

$-(a+1)(b+c) - a - bc \vdots (a+1)(c+1) - a$

$(a+1)(bc+b+c+1-b-c) - a - bc$

$(a+1)(bc+1) - a - bc \vdots (a+1)(c+1) - a$

Тогда,

~~$(a+1)(bc+1) - a - bc \equiv (a+1)(c+1)k - ak$~~

~~$(a+1)(bc+1-ck-k) + ak - a - bc = 0$~~

~~$(a+1)(bc+1-k(c+1)) + a(k-1) - bc = 0$~~

$ab+a+1 \underset{p}{\equiv} bc+b+1 \underset{p}{\equiv} 0$

$ab+a \underset{p}{\equiv} bc+b \underset{p}{\equiv} -1$

$a(b+1) \underset{p}{\equiv} b(c+1) \underset{p}{\equiv} -1$ Что такое $-\frac{1}{x+1}$, $-\frac{1}{x}$ и

$b+1 \underset{p}{\equiv} x+1$, $b \underset{p}{\equiv} x \Rightarrow$ почему такие существуют!

$a \underset{p}{\equiv} -\frac{1}{x+1}$, $c+1 \underset{p}{\equiv} -\frac{1}{x} \Rightarrow$

$$ac+c+1 \underset{p}{\equiv} \cancel{\ldots} (a+1)(c+1) \underset{p}{\equiv} \overset{a+1}{\left(1-\frac{1}{x+1}\right)} \cdot$$

$$\cdot \underset{c}{\left(-\frac{1}{x}-1\right)} + 1 = \frac{x}{x+1} \cdot \left(-\frac{x+1}{x}\right) + 1 \underset{p}{\equiv} 0 \Rightarrow$$

$p \;\|\!\!\!\!\!\backslash\; -1$

Задача № 7 Лист 4 из 5 Фамилия, имя: Самофалова Анфиса

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Если 2 скобки $\vdots\, p$, 3 - тоже.

Тогда, произведение $\vdots\, p^3 \Rightarrow abc+1 \vdots\, p \Rightarrow$

$abc \underset{p}{\equiv} -1$. Тогда:

$$\begin{cases} abc \underset{p}{\equiv} -1 \\ ab+a \underset{p}{\equiv} -1 \underset{(p)}{\equiv} a(b+1) \\ bc+b \underset{p}{\equiv} -1 \underset{p}{\equiv} b(c+1) \Rightarrow \\ ac+c \underset{p}{\equiv} -1 \underset{p}{\equiv} c(a+1) \end{cases}$$

их произведение $\underset{p}{\equiv} -1 \cdot -1 \cdot -1 \Rightarrow$

$a(b+1)c(a+1)b(c+1) \underset{p}{\equiv} -1$

$abc \underset{p}{\equiv} -1 \Rightarrow$

$(b+1)(a+1)(c+1) \underset{p}{\equiv} 1$

Тогда,

~~$(b+1)(a+1)(c+1)+c(a+1) \underset{p}{\equiv} 0 \equiv$~~

~~$\equiv (a+1)(bc+c+b+1+c$~~

~~$abc-ab-a \underset{p}{\equiv} -1+1 \underset{p}{\equiv} 0 \equiv$~~

~~$\equiv a(bc-b-1) \underset{p}{\equiv} 0$~~

~~$a \vdots p$, т.к. $a(b+1) \underset{p}{\equiv} -1 \Rightarrow$~~

~~$bc-b-1 \vdots p$, аналогично~~

~~$ac-c-1 \vdots p$~~

~~$ab-a-1 \vdots p$~~

$abc+ab+a+bc+b+ac+c+1 \underset{p}{\equiv} -1-1-1-1+$

$+1 \underset{p}{\equiv} -3$, но

$(a+1)(b+1)(c+1) \underset{p}{\equiv} 1 \Rightarrow \quad 1 \underset{p}{\equiv} -3 \Rightarrow p=2 \Rightarrow 0 \underset{4(!!)}{\equiv} p$

противоречие