РАБОТА НА XVIII ОЛИМПИАДЕ им. ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

25 марта 2026 года

АНКЕТА УЧАСТНИКА

1. Класс 8

2. Фамилия ТЕЛИЦЫН

Имя: СТЕПАН

Отчество: АЛЕКСЕЕВИЧ

заполняется печатными буквами в *именительном* падеже

3. Регион Киров

4. Контактный телефон 8-922-902-59-99

5. Контактный электронный адрес stepatelitsyn@gmail.com

Задача № 1 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Телицын Степан

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Поймём что число N не может быть одновременно 2-хорошим и 4-хорошим т.к. сумма двух последовательных чисел $x+(x+1)=2x+1$ – нечётна, а сумма 4 последовательных чисел $y+(y+1)+(y+2)+(y+3)=4y+6$ – чётна, а число N не может быть одновременно чётным и нечётным.

Тогда Вася может получить уже 4 пятёрки.

Пример на 4 пятёрки

$45=22+23=14+15+16=7+8+9+10+11=5+6+7+8+9+10$

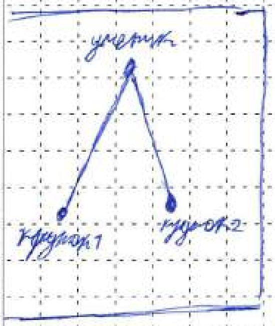
45 (2, 3, 5, 6) – хорошее

Ответ: 4

Задача № 2 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Темицын Степан

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Обозначим в двудольном графе вершинами одной доли учеников, а вершинами другой доли семь кружков, ~~тогда~~ и будем проводить ребро между учеником и клубом если этот ученик ходит в этот клуб. Тогда будем



считать галочки опирающиеся на 2 кружка как показано на рисунке, тогда с одной стороны таких галочек $C_7^2 \cdot 3$ т.к. на каждую пару кружков опирается ровно 3 галочки по условию, а с другой стороны если в классе K учеников и каждый посещает ровно n кружков то таких галочек $K \cdot C_n^2$ т.к. у каждого ученика содержится в C_n^2 галочках как вершина

$K \cdot C_n^2 = C_7^2 \cdot 3 = 63$

Поймём, что $0 \le n \le 7$ т.к. всего 7 кружков, и $K = \frac{63}{C_n^2}$

Составим таблицу

n	0	1	2	3	4	5	6	7
C_n^2	0	0	1	3	6	10	15	21
k	–	–	63	21	–	–	–	3

(–) означает что либо K нецелое либо не считается по формуле $\frac{63}{C_n^2}$, тогда возможные $K = \{3, 21, 63\}$ но под условие что $6 \le K \le 60$ подходит только 21

Ответ: 21.

Задача № 3 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Темушин Степан

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

$a^2+b^2+c^2=a+b+c$

$a^2=a+b+c-b^2-c^2$

$a^2-2a=b+c-b^2-c^2-a$

$a^2-2a+1=b+c+1-b^2-c^2-a$

$(a-1)^2 \le b+c+1$ т.к. $b^2, c^2, a \ge 0 \Rightarrow b^2, c^2, a \ge 0$

Тогда дробь $\frac{(a-1)^2}{b+c+1}$ — правильная или равна 1, значит если к этой дроби прибавить $a \ge 0$ то дробь ~~не уменьш~~ не уменьшится, по аналогичным суждениям прибавим к числителю и знаменателю дроби $\frac{(b-1)^2}{a+c+1}$ (b), а к дроби $\frac{(c-1)^2}{a+b+1}$ (c)

[illegible]

[illegible]

$$\frac{(a-1)^2}{b+c+1}+\frac{(b-1)^2}{c+a+1}+\frac{(c-1)^2}{a+b+1} \le \frac{a^2-a+1}{a+b+c+1}+\frac{b^2-b+1}{a+b+c+1}+\frac{c^2-c+1}{a+b+c+1}=$$

$$=\frac{(a^2+b^2+c^2)-(a+b+c)+3}{a+b+c+1}=\frac{3}{a+b+c+1}$$ ч.т.д. | т.к. $a^2+b^2+c^2=a+b+c$ по условию

P.S. $\frac{a}{b} \le \frac{a+x}{b+x}$ при $a, b \ge 0$, $a \le b$ ~~так.~~, $x \ge 0$, т.к.

$\frac{a}{b} \le \frac{a+x}{b+x} \quad | \cdot b(b+x)$

$ab+ax \le ab+bx$

$ax \le bx$

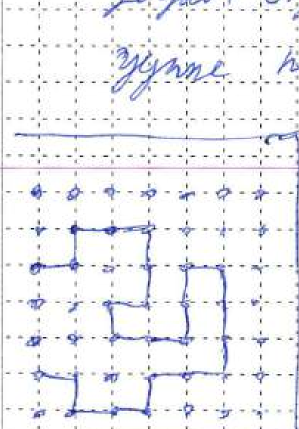
$x=0 \qquad x \ne 0$

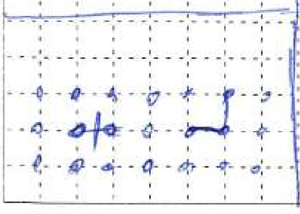
$0 \le 0$ — истина $\qquad a \le b$ — истина

Задача № 4 Лист 1 из 2 Фамилия, имя: Толмацкий Степан

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Рассмотрим группу отрезков где каждый из них параллелен или перпендикулярен остальным отрезкам в этой группе, а любой отрезок вне этой группы не параллелен и не перпендикулярен любому отрезку этой группы, тогда эта группа делится на 2 подгруппы пары попарно параллельных отрезков численностью a и b, тогда попарно отрезки пересекаются под прямым углом максимум a раз а другие b максимум b раз т.к. параллельные отрезки не перпендикулярны, тогда если в изначальной группе x человек! то у каждого один отрезок пересекают под прямым углом не более $\frac{x}{2}$ раз, т.к. если $b \leq \frac{x}{2}$. Тогда если 1000 отрезков делятся на хотя бы 2 такие группы, то в одной из них не более 500 ребер => в этой группе каждому ребру перпендикулярно не более 250 вершин => $K \leq 250$ т.к. другие ребра вне этой группы не могут быть перпендикулярны ребрам внутри этой группы. А если все 1000 вершин в 1 группе то: концы отрезков всегда будут лежать в узлах сетки как показано на рисунке, т.к. отрезки выкладываются строго вертикально или горизонтально. В таком случае если 2 отрезка пересекаются под углом 90° то либо они касаются в вершине отрезка, либо отрезок или лежит не в узлах сетки



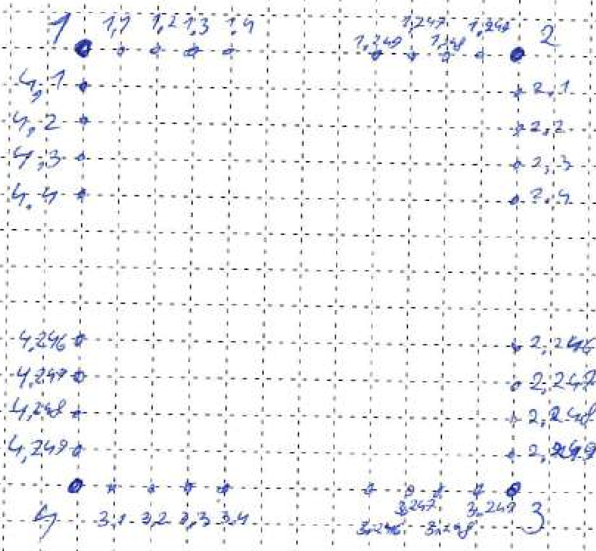


Задача № 4 Лист 2 из 2 Фамилия, имя: [illegible]

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Значит $K=0 \le 250$

Пример на 250:



Вершины расположены на сторонах квадрата со стороной 250 с интервалом 1, но вершины 1, 2, 3, 4 расположены в вершинах квадрата (всего 1000)

$(x;y)$ - означает что ребро идёт от x к y

Тогда конечная идёт $(1;3.1)(3.1;1.2)(1.2;3.3)\ldots$
$\ldots(1.248;3.249)(3.249;2)(2;4.1)(4.1;2.2)(2.2;4.3)$
$\ldots(2.248;4.249)(4.249;3)(3;1.249)(1.249;3.249)\ldots$
$(3.2;1.1)(1.1;4)(4;2.249)(2.249;4.248)\ldots(4.2;2.1)$
$(2.1;1)$

Тогда все рёбра равны т.к. каждое ребро идёт на 1 клетку по горизонтали и 250 по вертикали или наоборот. Получим из 1 в 2 мы посетим вершины вида $3.(2k+1)$ и $1.(2k)$, из 2 в 3 — $4.(2k+1)$ и $2.(2k)$, из 3 в 4 $3.(2k)$ и $1.(2k+1)$, из 4 в 1 $2.(2k+1)$ и $4.(2k)$ и каждому отрезку перпендикулярно 250 других т.е. всех, а все вершины не совпадают и не лежат внутри отрезков => все условия задачи выполняются

Ответ: $K=250$

12:29-12:31

РАБОТА НА XVIII ОЛИМПИАДЕ им. ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

26 марта 2026 года

АНКЕТА УЧАСТНИКА

1. Класс 8

2. Фамилия ТЕЛИЦЫН

Имя: СТЕПАН

Отчество: АЛЕКСЕЕВИЧ

заполняется печатными буквами в *именительном* падеже

3. Регион Киров

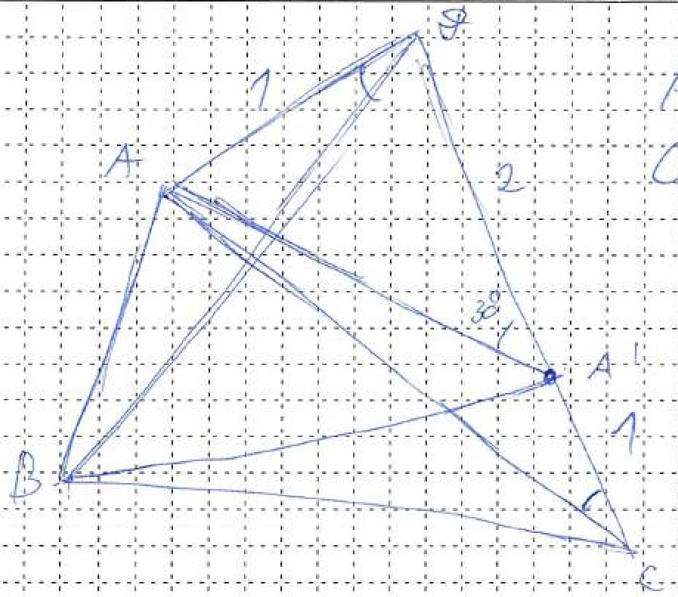
Задача № 5 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: [illegible] Степан

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Разобьём доску 30×30 на 225 непересекающихся квадратов 2×2, тогда они покроют всю доску, ~~[illegible]~~ заметим что квадрат 9×9 содержит ровно 16 квадратов 2×2 целиком, также заметим что в 1 квадрате 2×2 может стоять максимум 1 король иначе короли будут бить друг-друга, тогда есть максимум 5 = 225-220 пустых квадратов тогда из 16 квадратов содержащихся в квадрате 9×9 в хотя бы 11 = 16-5 из них есть короли ч.т.д.

Задача № 6 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Шемиуров Степан

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!



A' на CD такая что

$CA' = 1$, $DA' = 2$

I $\sphericalangle$ $\triangle AA'C$ и $\triangle BAD$

1) $\angle A'CA = \angle ADB$ – подусловию

2) $AC = BD$ – подусловию

3) $AD = A'C = 1$

$\Downarrow$

$\triangle AA'C = \triangle BAD$

$\Downarrow$

$\angle BAD = \angle AA'C = 150°$,

, $AB = AA'$

II $\sphericalangle$ $\triangle A'DA$

1) $\angle AA'D = 180 - \angle AA'C = 30°$

2) $\frac{A'D}{AD} = \frac{2}{1} = 2$

$\Downarrow$

$\triangle DAA'$ – прямоугольный с прямым углом DAA' т.к. наименьшее отношение AD к DA' когда AD – высота и когда AD – высота $\sin(30) = 2$, $AA' = \sqrt{3}$

? DA'

?

III $\sphericalangle$ $\triangle BAA'$

1) $\angle BAA' = BAD - DAA' = 60°$

2) $AB = AA'$

$\Downarrow$

$\triangle BAA'$ – равносторонний

$\angle AA'B = 60°$, $AA' = AB = \sqrt{3}$

IV $\sphericalangle$ $\triangle BA'C$

1) $\angle BA'C = \angle AA'C - \angle AA'B = 90°$

$\Downarrow$

$\triangle BA'C$ – прямоугольный

$\Downarrow$

$BC = \sqrt{(BA')^2 + (A'C)^2} = 2$

Ответ: $BC = 2$

Задача № 7 Лист 1 из 1 Фамилия, имя: Пелешев Степан

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

~~Заметим что если все числа a, b, c - нечётные то все скобки вида $(ab+a+1)$ - нечётные, а $abc+1$ - чётное~~
~~$\Rightarrow (ab+a+1)(bc+b+1)(ca+c+1) \not\vdots\, 2$, $abc+1 \vdots\, 2 \Rightarrow$~~
~~$\Rightarrow (ab+a+1)(bc+b+1)(ca+c+1) \not\vdots\, abc+1$~~

Заметим что если все числа a, b, c - нечётные то все скобки вида $(ab+a+1)$ - нечётные, а $abc+1$ - чётное, тогда $(ab+a+1)(bc+b+1)(ca+c+1) \not\vdots\, abc+1$ - противоречие тогда abc - чётное $\Rightarrow abc+1$ - нечётное, пусть a - нечётное, тогда bc - чётное и $(ab+a+1)$ - чётное, тогда если $(ab+a+1)(bc+b+1)(ca+c+1) = (abc+1)p^2$ то $p=2$ т.к. то, что нечётное очевидно больше 4 - противоречие $\Rightarrow$
$\Rightarrow a, b, c \vdots\, 2$

Задача № 8 Лист 2 из 2 Фамилия, имя: Пелицын Степан

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Теперь покажем что пусть $b_i = b - b_i - a_x$ т.к. ~~всего~~ для набора с суммой b_i мы взяли все числа из оставшихся кроме a_x, пусть $b_i = b - b_i - a_x$, $b_j = b - b_j - a_y$ тогда если $b_i < b_j$ то $a_x > a_y$ т.к. $b_i + a_x = b - b_i$, а $b_j + a_y = b - b_j$ из выше приведённых уравнений, тогда $b - b_i > b - b_j$ т.к. $b_i < b_j \Rightarrow b_i + a_x > b_j + a_y$, т.к. $b_i < b_j$ то a_x должно быть $> a_y \Rightarrow x > y \Rightarrow x \neq y$.

Тогда покажем что из 145 наборов хотя бы 144 должны равняться сумме 25 других чисел $\Rightarrow$ ~~всех уп~~ ~~порядочим~~ по порядку индексы чисел a_i которые мы исключили из 26 оставшихся для всех чисел, но индексов всего 50 а должно быть хотя бы 144, противоречие.

Ответ: не может.

25
38

Задача № 8 Лист 1 из 2 Фамилия, имя: Темушин Степан

Нумерация листов по каждой задаче отдельная! Пожалуйста, не пишите за пределами клеточек!

Пусть гири весят $a_{50} > a_{49} > a_{48} > a_{47} \dots > a_{1}$ (сумма всех узлов b)

теперь возьмём наборы

1) $a_{50}, a_{49}, a_{48}, \dots, a_{27}$ / 1 / сумма b_1

2) $a_{50}, a_{49}, a_{48}, \dots, a_{28}, a_{26}$ / 2 / сумма b_2

3) $a_{50}, a_{49}, a_{48} \dots a_{28}, a_{25}$ / 3 / сумма b_3

...

$a_{50}, a_{49}, a_{48} \dots a_{28}, a_{15}$ / 13 / сумма b_{13}

$a_{50}, a_{49}, a_{48} \dots a_{29}, a_{27}, a_{15}$ / 14 / сумма b_{14}

$a_{50}, a_{49}, a_{48} \dots a_{29}, a_{26}, a_{15}$ / 15 / сумма b_{15}

...

$a_{50}, a_{49}, \dots, a_{39}\ a_{26}\ a_{25} \dots a_{15}$ / $145 = 12^2+1$ / сумма b_{145}

теперь заметим что чем больше номер ~~тем~~ набора, тем меньше сумма чисел в наборе, тогда поймём что для каждого такого набора из оставшихся нужно выбрать только 25 гирь чтобы получить набор равный по массе т.к. набор минимальный по массе из 29 гирь из которых нет гирь с a_{50} по a_{39} (т.к. эти гири всегда взяты в наших наборах) это набор $a_{38}, a_{37}, \dots, a_{15}$ а набор с минимальной массой из выбранных это $a_{50}, a_{49}, \dots, a_{39}, a_{26}, a_{25}, \dots, a_{15}$ что больше.

Теперь заметим что 26 узлов могло быть выбрано всего 1 раз т.к. $b_x = b - b_x$ только при $b_x = \frac{b}{2}$, а у нас все $b_1, b_2, \dots, b_{145}$ - различные.

~~Теперь заметим что если~~